SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

QVINTO LIBRO DEGLI ELEMENTI D'EVCLIDE,

OVVERO

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI

SPIEGATA COLLA DOTTRINA

DEL GALILEO,

Con nuov'ordine distesa, e per la prima volta pubblicata da Vincenzio Viviani ultimo suo Discepolo.

Aggiuntevi cose varie, e del GALILEO, e del TORRICELLI; I Ragguagli dell'ultime Opere loro, con altro, che dall' Indice si manifesta.

ALL' ALTEZZA SERENISS.MA E REVERENDISS.MA

DEL SIGNOR

PRINCIPE CARDINALE DE' MEDICI.

IN FIRENZE, Alla Condotta. M.DC.LXXIV. *Con licenza de' Sup.*

All'Ill.mo Sig.r il Sig.r Prior Luigi Rucellai
Vincenzio Viviani

SERENISSIMO
E REVEREND.^{MO} SIGNORE.

NEL presentare all'ALTEZZA VOSTRA questa piccol Opera, non posso non ricorrere al concetto usitatissimo dagli Scrittori esprimente, a niun altro potersi dedicare i lor Libri, che a chi essi eleggono di dedicargli. Vero è che quello, che a molti suggerisce l'adulazione, a me lo detta la verità, e la giustizia, la quale m' obbliga a restituir nelle mani di V. A. quel frammento Matematico del Gran Galileo, che già dalle medesime io ricevei. Questo, insieme con altre cose di lui benignamente somministratemi dall' A. V. mi à porto materia di far il presente nuovo disteso del quinto Libro d'Euclide, e di altre curiose notizie attenenti in particolare all' ultime Opere dal medesimo Galileo meditate. Spero che V. A. non sia per isdegnarne il principale argomento, contuttochè quasi improprio, come d'Elementi, al suo grand'Intelletto profondato nelle cognizioni più nobili, perchè, trattandosi di Proporzioni, anche i principi devon esser considerati per una delle più essenziali parti, e più degne della Geometria, la quale, dall' A. V. così altamente posseduta come in altri generosamente favorita, fa che molto bene le sia noto che se co' soli Elementi de'

primi quattro Libri si volesse rilevar qualche cosa nelle Matematiche, nient' altro si farebbe che disegnar nella polvere, senza arrivar mai a formar nulla di consistente, e di massiccio. La Scienza delle Proporzioni (siami lecito dir così) è quell'Vmido, che legando 'nsieme il resto della materia la prepara, e la condiziona ad ogni più esquisito lavoro, abilitandola a pigliar qualunque forma di gran rilievo. Di quì è che tanti celebri Matematici, conoscendo l'importanza di essa, tentarono per varie vie di renderla esente da ogni dubbiezza, e che fino un Galileo, occupato nelle sue più peregrine speculazioni, la stimò non disdicevole oggetto alla sua industriosa applicazione, il che poi diede animo ancora a me d'impiegarvi intorno qualche tempo, e fatica per ridurla nella forma che quì si vede. Resta ch'io supplichi umilmente l'A. V. che nel gradire, per quella poca parte ch'io v' abbia, questo piccol tributo del mio reverente ossequio, si compiaccia di riconoscervi ancora quello dell'Autore, il quale, siccome mi assicuro ch' e' si sarebbe sommamente pregiato di ottenerla per Protettore di tutto ciò che di lui ò qui voluto indirizzarle, così godo che in questa mia elezione conseguisca da me suo Discepolo un nuovo pegno della mia affettuosa gratitudine. E quì all' ALTEZZA VOSTRA m' inchino profondamente. Di Firenze il dì 10. d'Agosto 1674.

Di V. A. R.

Vmilissimo Servitore
Vincenzio Viviani.

NOBILI GEOMETRI PRINCIPIANTI.

QUESTA volta, fuor dell'usato stile degli Scrittori, io m'era persuaso di passarmela senza Proemio col supposto che'l detto, & avvertito da me sparsamente in quest'Opera potesse dispensarmi dal darvene innanzi più distinta notizia, la quale ò poi per convenevole riconosciuta, e per necessaria.

SONO già scorsi venticinque anni che dal SERENISS. E REVERENDISS. SIGNOR PRINCIPE CARDINAL LEOPOLDO DE' MEDICI, io fui onorato d'una Scrittura intitolata Principio della quinta Giornata del Galileo, *presentatagli poco prima da Evangelista Torricelli, l'uno, e l'altro a bastanza celebre al Mondo per la sublimità delle loro altissime speculazioni. Di questa, ch'era di mano di esso Torricelli, (con tutto che del suo contenuto io avessi anticipata notizia) così imperfetta com'era, e quale quì vedrete, con permissione dell' ALTEZZA SVA io mi presi copia. Conteneva Dimostrazioni del Galileo delle Difinizioni quinta, e settima del quinto Libro d'Euclide, siccome de' conversi loro, spettanti tutte alle grandezze tanto proporzionali, che non proporzionali, colle quali dimostrazioni pretese il Galileo d'aver rimosse le difficultà, che incontrar sogliono i Principianti in dover ammetter per difinizioni quelle, che più tosto paiono Teoremi da dimostrarsi. E perchè in tale Scrittura vien detto che, posti simili fondamenti, si sarebbe potuto poi compendiare in parte, e riordinare tutto'l quinto Libro d'Euclide, ritrovandomi alcuni anni sono per grave indisposizione della mia testa affatto inabile a più ardue contemplazioni, mi posi a riformare, e a distendere su le medesime Dimostrazioni del Galileo questa SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI, alla qual Opera, divertitone allora da altro affare, per appagare il desiderio di un Cavalier mio amorevol Signore, e della Geometria, non men che dell'ingenuità innamorato, ò dato ora fine, DIO lodato, col miglior ordine, e modo che ò saputo. Nè di questo*

io

io mi son contentato, che ò voluto ancora, col resto, che quì vedrete, e che grato al certo vi sarà, pubblicarla sotto i benigni auspici di S. A. R. (a cui per ogni conto io doveva indirizzarla) sì per assicurare al mio Galileo le sue proprie Dimostrazioni, che con qualche pericolo erano andate in volta già son molti anni, sì per farle comuni a Voi bramosi d'incamminarvi senz'intoppo per la via Elementare d'una Scienza così importante quale è questa delle Proporzioni, la quale per mio avviso, à tanta parte nell'invenzioni Matematiche, quanta, per avventura, in virtù di suo proprio rivolgimento, e col maschil vigore di sua calorifica luce se ne abbia il Sole, Anima del suo nobil Sistema, nell' universalità delle cose, ch'ei con mirabili, e incognite Proporzioni và in esso perpetuamente operando.

QVELLO poi ch'io mi senta della validità della presente maniera del Galileo, in comparazione delle tenute da altri Autori, i quali per altre vie an tentato, e con somma lode, di render più chiara questa Scienza, io, veramente, essendo i paragoni mai sempre odiosi, non ardirei pronunziare; oltre che tutto ciò ch'io adducessi a favor di questa, chi non ne facesse riscontro potrebbe forse pigliarlo come da Discepolo appassionato verso 'l Maestro. Non posso già contenermi di commendare quello di plausibile, che à in sè questo modo, e forse più di qualch' altro, che è l'applicar le sue dimostrazioni con assoluta considerazione a qualunque genere di grandezze, come fà Euclide, & il confarsi quasi in tutto con esso, senza introdurre novità maggiore che nelle Difinizioni, e nel far Teoremi dimostrati quegli, che, come principi noti, vengono supposti da Euclide stesso, e dagli altri Geometri suoi Seguaci, il che poi è quel solo che in tale Scienza pareva da desiderarsi, sfuggendosi nel rimanente la confusione per chi và studiando gli altri Autori, i quali, e nel citare, e nel dimostrare all'ordine del quinto Libro si riferiscono. Che se quì m'è occorso variarlo in parte, o per comodità di provar le cose avvenire, o per facilitare, o per abbreviar il Trattato, vi ò anche riparato col porre nel Margine, ed ancora in piè di ciascuna Proposizione

il

il numero, al quale corrispondono quelle del medesimo Euclide. E per dare a ciascuno il dover suo, vi ò notato in oltre di chi sia'l modo, col qual'io ne ò distesa la prova.

L'occasione, o più tosto la necessità di congiugnere a questa Scienza, l'altre cose, che le vengono appresso (fra le quali assai curioso è il Racconto che fà il proprio Galileo dell'Opere che per ultimo egli aveva in animo di scrivere, oltre alle già pubbicate) contentatevi di saperla a luoghi loro nel passar da uno ad'un altro argomento, che tal maniera da me tenuta penso non sia per riuscirvi men comoda, o meno opportuna, e perciò dell'usata non men gradita.

O' Scritto nella lingua della mia nobil Patria, prima per conformarmi al disteso della predetta quinta Giornata, e poi per non lasciar dal canto mio d'andar addomesticando alla Toscana favella anche i termini meno usati della Geometria, seguendo 'n ciò il medesimo Galileo, e gli Scrittori d'altre Nazioni, che in oggi, nelle materie eziandio scientifiche, si vagliono quasi tutti della propria lingua materna.

FORSE alcuno vi sarà che m' attribuirà a soverchia ambizione il palesarmi in fronte di quest'Opera per ultimo Discepolo del Galileo; ma però molti più saranno quei, che me n'invidieranno. Il fatto si è che, per mia gran ventura, io son l'ultimo suo Discepolo, perchè egli mi fu continuo Maestro per gli ultimi tre anni di sua Vita, e di quanti ci trovammo presenti all'ultimo suo respiro, (che oltre a due Sacerdoti, v'intervennero il Torricelli, il Dottor Vincenzio Galilei suo figliuolo, e gli altri di sua Casa) io solo, (benchè l'ultimo, nell'essermene approfittato) sono a tutti sopravvissuto, e quasi anche rimasto l'ultimo di quanti più intimamente lo praticarono. E però, come tale, colla pubblicazione de' presenti suoi scritti intendo per ora far noto al Mondo, che (quantunque non sia possibile offerire non solo a DIO, o a' Genitori, ma nè pure al Maestro, retribuzione ch' equivaglia al prezzo de ricevuti benefici) io non trascuro occasione di soddisfar in parte al debito di ben grato Discepolo col dar luce, e vita a preziosi, e

venerabili avanzi di non più vulgate speculazioni del gran Galileo mio reverito Maestro, siccome io non tralascerò mai di onorare l'incontrastabil fama di cotant'Vomo anche per mezi in ogni conto eccedenti le deboli forze mie, col tentare in varie guise d'alleggerirmi dal peso immenso degli obblighi da me dovuti à i dotti, prudenti, ed amoreuoli insegnamenti di quel Sapientissimo Vecchio, le di cui ammirabili scoperte, e ne' Cieli, e nella Natura serviranno di chiara, & infallibile scorta a tutta la saggia Posterità.

„ GRADISCA in tanto quella grand'Anima al cuor mio sem-„ pre venerabile questo pubblico monumento del mio non mai morto amore: e Voi novelli Geometri gradite l'ardente zelo che ò di assiduamente giovarvi, mentre io, ripigliando i miei propri Studi, m'ingegnerò, mercè la BONTA' DIVINA, di farvi vedere un giorno ch'io non passo mia vita del tutto in ozio, e che regnano in me sentimenti di gratitudine uerso chiunque s'è compiaciuto di più che generosamente beneficarmi.

INDICE

INDICE

DEL CONTENVTO NELLA PRESENTE OPERA.

QVINTO

QVINTO LIBRO

DEGLI ELEMENTI D'EVCLIDE,

OVVERO

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

DIFINIZIONI.

I.

RANDEZZE OMOGENEE s' intendon quelle, che son tra loro d' un medesimo genere. Cioè quelle, alle quali si convien una stessa difinizion generale della lor quantità, o estensione.

PER esempio (tra le quantità così continue, come disgiunte) tutte le linee in generale, siccome tutte le superficie, tutti i corpi, tutte le velocità, tutti i momenti, tutte le forze assolute, tutti i tempi, tutti i numeri, &c. son grandezze omogenee, perche sotto la general difinizione della linea cadono tutte le linee, tanto la retta, che la curva, o che la mista, ancorchè poste in un medesimo, o 'n diversi piani; e sotto la difinizione generale della superficie cadono tanto la superficie piana, che la concava, o che la mista, &c. e così intendasi d' ogn'altro genere di grandezze.

II.

TRA due grandezze omogenee, e terminate disuguali: la maggiore si dice *MVLTIPLICE* della minore, quando la minore presa più volte pareggia, e misura appunto la maggiore.

Difin. 2 del V. lib. d'Eucl.

III.

Difin. 1. del V. lib. d' Eucl.

PARTE, O *SVMMVLTIPLICE*, cioè ſottomultiplice ſi dice la minore di due grandezze omogenee, terminate, e diſuguali, che multiplicata più volte miſura appunto la maggiore.

QVESTA, con voce forſe troppo generale, da Euclide ſi chiama parte, ma però meglio da altri è detta parte aliquota, a differenza dell'altra detta parte aliquanta, la quale è quella grandezza minore, che replicata non miſura preciſamente la maggiore, e che negli Elementi de' numeri è da Euclide chiamata PARTI.

IV.

Dal P. Clavio.

LE grandezze di qualunque genere dicanſi *EGVALMENTE MVLTIPLICI* delle loro omogenee, quando quelle contengan queſte egual numero di volte.

V.

Difin. 3. e 4. del V. libro d' Eucl. più largamente ſpiegata.

PROPORZIONE, detta in latino indifferentemente con le voci, e *Proportio*, e *Ratio* (che forſe più propriamente ſarebbe detta *Relatio*) è quella ſcambieuole relazione, o ragione, che anno inſieme due grandezze omogenee terminate, per quanto s'appartiene alla lor quantità, o continua, o diſgiunta.

E le grandezze, o le quantità, fra le quali ſi fà tal paragone, ſi dicono i *TERMINI* della proporzione.

CIOE' Proporzione altro non è, che quell'unica convenienza, ovvero quell'unico riguardo, o paragone, o riſpetto, o relazione determinata, e particolare, che à una quantità terminata vers' un'altra a ſè omogenea, e terminata in quanto quella è uguale, o per quanto ell'è maggiore, o minor' di queſta: Poichè non ſi dà proporzione, o relazione tra due grandezze omogenee, ſe non tra quelle, che multiplicate poſſono avanzarſi, le quali poi ſono ſolamente le grandezze omogenee terminate: Siccome non ſi può far paragone tra due grandezze omogenee infinite, nè ſimilmente tra una finita, ed un'altra di quantità realmente infinita.

VI.

PROPORZIONI SIMILI fra le quantità (che anco si dicono indifferentemente proporzioni uguali, e proporzioni medesime) cioè fra la prima, e la seconda, e fra la terza, e la quarta intendansi allora, quando la prima grandezza, essendo per esempio uguale, o multiplice, o summultiplice della seconda, anco la terza sia eguale, o altrettante volte multiplipliсe, o summultiplice della quarta. Et anco quando la prima contenendo la seconda più volte, e di più qualche parte aliquota di essa seconda, anco la terza contenga la quarta altrettante volte con altra simil parte aliquota di essa quarta. Siccome quando la prima essendo contenuta più volte dalla seconda con qualche avanzo, anco la terza dalla quarta sia contenuta altrettante volte, e con altro simile avanzo. Cioè finalmente quando la prima non sia niente maggiore, nè minor del bisogno, per avere alla seconda rispetto, o relazione simile a quella che à la terza verso la quarta. Che è il medesimo che dire. Quando la differenza tra la prima, e la seconda sarà simile alla differenza, che è tra la terza, e la quarta, allora queste due relazioni, o rispetti, o proporzioni dicansi proporzioni simili, o medesime, o eguali, come più aggrada. E questa maniera di spiegare le proporzioni simili tanto s' adatta alle quantità continue, che alle disgiunte, le quali son quelle, che si possono esprimer co' numeri.

Difin. 5. del V. lib. d' Euclid. spiegata altrimēti col Gal.

VII.

GRANDEZZE, O QUANTITÀ PROPORZIONALI, dicansi i termini delle proporzioni simili.

Difin. 6. del V. lib. d' Eucl.

CIOE *quando la proporzione che è tra la prima, e la seconda grandezza, sarà simile alla proporzione, che è tra la terza, e la quarta nel modo sopra dichiarato, allora questi termini primo, e secondo, terzo, e quarto dicansi grandezze proporzionali.*

VIII.

Difin 7. del V. lib. d'Eucl. spiegata altrimenti col Galileo.

DI due Proporzioni, quella della prima grandezza verso la seconda dicasi *PROPORZIONE MAGGIORE* di quella della terza verso la quarta: Cioè dicasi la prima alla seconda aver maggior proporzione, che la terza alla quarta, quando la prima sarà alquanto maggior del bisogno, acciocchè la proporzione d'essa prima verso la seconda sia simile alla proporzione della terza verso la quarta.

IX.

Dif. 8. e 9. del V. lib. d'Eucl. spiegata più largamente.

ANALOGIA, altrimenti detta *PROPORZIONALITA'*, è la simiglianza di più Proporzioni tra grandezze proporzionali, e omogenee, o pur anco di generi differenti.

COME per esempio se la proporzione, o'l rispetto che è fra due linee sarà simile al rispetto che è fra due altre linee, o al rispetto fra due superficie, o fra due corpi, o fra due numeri, &c. questa tal simiglianza di rispetti, o di proporzioni, dicasi Analogia, o Proporzionalità.

Difin. 9. del V. lib. d'Eucl.

E notisi che l'Analogia, o Proporzionalità non può consistere in meno ch' in tre termini di grandezze, ma però omogenee; come sarebbe ne' termini di tre linee, di tre corpi, di tre velocità, di tre numeri, &c. quando cioè il primo termine al secondo à Proporzione simile a quella che à il secondo al terzo.

X.

ANALOGIA, O PROPORZIONALITA' CONTINUA, si chiama quando, nella comparazione di tre, o di quattro, o di più termini di grandezze omogenee, e proporzionali, que' di mezzo si prendono due volte, servendo ciascuno prima di termine conseguente di una proporzione, e poi di termine antecedente dell'altra simil proporzione, che le succede: cioè, quando il primo termine al secondo sta come 'l secondo al terzo, e come 'l terzo al quarto, e così continuando fino all'ultimo termine, chiamandosi tutti *QUANTITA' CONTINUE PROPORZIONALI.*

XI.

ANALOGIA, O PROPORZIONALITÀ DISCONTINVA, O DISGIVNTA si chiama quando, fra due, o tre, o quattro, o più coppie di Proporzioni simili tra quantità omogenee, o pure anco tra grandezze a due a due di generi differenti, i termini de' simili rispetti si paragonano a coppia a coppia talmente che niuno mai de' termini conseguenti d'una Proporzione serva d'antecedente all'altra simile, che le consegue.

CHE sarà, quando il primo termine al secondo starà come 'l terzo al quarto, e come 'l quinto al sesto, e così sempre, &c.

LE due seguenti difinizioni, perche son poste da Euclide nel suo quinto libro, benche non abbiano vso prima che nel sesto, essendo bisognose di qualche dichiarazione si porranno quì non ostante.

XII.

NELL' Analogia, o Proporzionalità continua, la prima quantità all'ultima si dice aver proporzione tante volte multiplicata della proporzione della prima grandezza alla seconda, quant'è 'l numero delle proporzioni, che cadono fra' termini estremi.

Difin. 10 e 11. del V. libro d'Eucl. più chiaramente spiegata.

E così, essendo tre grandezze continue proporzionali, la prima alla terza si dirà aver duplicata proporzione di quella che à la prima verso la seconda: E di quattro quantità continue proporzionali, la prima alla quarta si dirà aver proporzione triplicata pur della prima proporzione tra la prima, e la seconda, e similmente la prima alla quinta proporzione quadruplicata della medesima prima proporzione, e così sempre; Che altro non vuol dire, se non che tra la proporzione della prima alla terza cadono due proporzioni della prima alla seconda; e tra la proporzione della prima alla quarta ne cadon tre; similmente tra quelle della prima alla quinta cadon quattro proporzioni, e sempre di quelle della prima alla seconda, perchè tutte l'altre si danno simili a questa.

GRAN-

XIII.

Difin. 12 del I. lib. d'Eucl. più largamente spiegata.

GRANDEZZE OMOLOGHE, ovvero *CORRISPONDENTI* s'intendon, nelle Proporzioni simili, i termini antecedenti fra loro, & i conseguenti fra loro.

CIOE' se la proporzione della grandezza A *verso* b *sarà simile alla proporzione della grandezza* C *verso* d, *i termini antecedenti* A, C, *siccome i conseguenti* b, d, *si dicono omologhi fra loro, cioè che l'antecedente* A *della prima proporzione corrisponde all'antecedente* C *della seconda, e che 'l conseguente* b *della prima corrisponde nell'ordine al conseguente* d *della medesima seconda Proporzione.*

A. b.
C. d.

IL rimanente delle difinizioni premesse da Euclide nel quinto lib. si porranno in questo dov'esse avranno uso, in quella guisa che fece l'ammirabil Geometra Evangelista Torricelli nel suo Trattato delle Proporzioni (com' apparisce dalle copie, che egli medesimo ne diede fuori) e com' anco fece dipoi il Dottore Gio: Alfonso Borelli Insigne Filosofo, e celebratissimo Matematico dello Studio Pisano, nel dottissimo, ed utilissimo suo Compendio degli Elementi d'Euclide.

XIV.

QVANDO saranno due, o tre, o quattro, o più proporzioni in continui termini omogenei, per esempio negli A, *b*, *C*, d; la proporzione che è tra il primo termine A, e l'ultimo d, si dirà *PROPORZIONE COMPOSTA* di tutte queste date proporzioni, cioè della proporzione, che è tra A, e *b*; di quella che è tra *b*, e *C*, e di quella che è tra *C*, e d.

CHE altro non vuol dire se non che tra la proporzione della prima A *alla quarta* d *vi mediano quelle tre altre proporzioni uniche, e determinate, per mezzo delle quali si forma per necessità quella tal determinata proporzione fra l'estreme* A, d.

QVESTA difinizione non è in Euclide, ma è ben usata così da esso nel sesto libro, & altrove, siccome da tutti gl'altri Geometri, e Matematici; e l'ho posta quì perchè m' occorre valermene qualche volta in questo Trattato. Se altri ne desidera più diffusa dichiarazione, la troverà verso 'l fine del Dialogo del Galileo qui congiunto.

QVAN-

XV.

QVANDO si dirà, o si proporrà di provare ch' una proporzione ignota fra due grandezze omogenee è composta di due altre, o di tre, o di più note proporzioni, che sieno date in termini dello stesso, o pur di differenti generi, altro non si dovrà intendere, nè altro si vorrà provare se non che ridotte le note proporzioni in quali si sieno termini omogenei continuati [se però in tali non fossero date prima] la proporzione ignota è la medesima, o simile alla proporzione, che è tra'l primo, e l'ultimo de' medesimi presi termini continuati. E questo è uno de mezzi, per cui l'ignote proporzioni rendonsi note.

QVESTA Difinizione similmente non si trova in Euclide: ma perchè in tal significato, egli, & ogn'altro sempre se n'è valso, e l'esperienza m'à dimostrato che molti de Principianti sogliono incontrar difficultà in concepirla, non riuscirà loro infruttuoso l'addurre in questo luogo alcune Proposizioni delle più Elementari attenenti a' piani, a' solidi, alle velocitadi, e a' momenti, che son dimostrate per tal via da varj Geometri, e Meccanici, affinchè, allora quando col proseguir gli Studj, v' arriveranno, sovvenga loro d'osservare in esse, come in effetto tal difinizione vien praticata quivi precisamente nel modo che sopra s'è avvertito.

E le conclusioni sopraccennate sono le seguenti.

I.

„ AEQVIANGVLA Parallelogramma inter se rationem habent „ eam, quæ ex rationibus laterum componitur; Nempe ex ra- „ tione unius lateris primi parallelogrammi ad unum latus secun- „ di, & ex ratione reliqui lateris primi ad reliquum secundi.

QVESTO Teorema è d'Euclide la Prop. 23. del sesto libro.

II.

„ TRIANGVLA & Parallelogramma inter se proportionem „ habent compositam ex proportione basium, & ex proportione „ altitudinum.

QVESTO

QVESTO Teorema è del Comandino, aggiunto alla Prop. 23. del sesto libro.

III.

,, CYLINDRI, & Coni proportionem habent compositam ex
,, proportione basium, & ex proportione altitudinum.

QVESTO è pure del Comandino la Proposizione ottava delle sue aggiunte nel Comento del Trattato d'Archimede delle Conoidi, e delle Sferoidi.

IV.

,, SI duo mobilia ferantur motu æquabili, inæquali tamen ve-
,, locitate, spatia temporibus æqualibus ab ipsis peracta, habe-
,, bunt rationem compositam ex ratione velocitatum, & ex ra-
,, tione temporum.

QVESTO Teorema è del Galileo la Proposizione quarta del moto equabile.

V.

,, QVORVMCVMQVE gravium à quibuslibet distantijs su-
,, spensorum momenta sunt in ratione composita ex ratione di-
,, stantiarum, & ex ratione gravitatum.

QVESTO Teorema fu dimostrato dall'Acutissimo Matematico il Padre Buonaventura Cavalieri, e da lui stampato nell'anno 1647. alla Proposizione 6. della sua quinta Esercitazione Geometrica; benchè di tal conclusione si fosse prima servito un tal Giovann' Anton' Rocca insigne Geometra, e Discepolo di detto Padre, in un suo proprio Lemma Meccanico, il quale fu poi riferito dal Torricelli in piè della Proposizione 18. delle sue Quadrature della Parabola, con protestarsi quivi da Vomo ingenuo, e avanti, e dopo, che tal Lemma non era suo, ma di esso Rocca. Lo riferì ancora il detto P. Cavalieri nella sua terza Esercitazione à faccie 231. Ma però questa medesima conclusione, ò Teorema quinto, molto prima era noto al nostro Galileo, come apparisce da quel suo Teorema Meccanico nel Trattato delle Resistenze, premesso come Lemma al Problema, che propone.

,, DATO il peso massimo retto dal mezzo d' un Cilindro, o
,, Prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggior
,, di quello, trovare nel detto Cilindro il punto, nel quale
,, il dato peso maggiore sia retto come peso massimo.

DOVE

DOVE manifestamente si riconosce tal quinta conclusione, ed ancora il mezzo per dimostrarla: oltrechè appresso ogni Geometra è ormai regola trita, universale, e sicura (quando ella venga 'ntesa colle debite circonstanze) che,

RATIO homogenearum magnitudinum ab homogeneis magnitudinibus numero æqualibus productarum componitur ex rationibus, quæ sunt inter homonimas magnitudines producentes.

E chi si prenderà cura d' esaminare ciascuno degli addotti esempj, ed ogn' altro simile, troverà che tutti vengono compresi dal suddetto general Teorema, il quale (se questo ne fusse 'l luogo) potrebbe anco facilmente dimostrarsi. Ma tanto basti avere avvertito intorno al modo di considerare le Proporzioni ignote, quando si vuol provare ch' elleno sien composte d' altre note Proporzioni.

DELLA DIVISIONE DELLE PROPORZIONI.

AFFINCHE' nel presente Trattato delle Proporzioni si abbiano di queste le notizie più principali, con la maggior brevità che possibil sia spiegherò quì il significato d'alcun'altri nomi soliti usarsi dagli Autori nel maneggio delle medesime proporzioni.

SOPRA a numero 5. assai chiaramente fu difinito ciò che assolutamente intender si debba per proporzione tra due grandezze omogenee, sì nella quantità continua, come nella disgiunta.

Ma quì notisi prima, che delle quantità, o grandezze, altre son fra loro commensurabili, altre incommensurabili.

I. QVANTITA' fra loro commensurabili son quelle, che son multiplici d'un'altra, o che anno di comune una medesima parte aliquota, cioè, che precisamente misura l'una, e l'altra secondo qualche numero.

PER esempio. Vna linea di 25. palmi, e una di 10. diconsi grandezze, o quantità fra loro commensurabili, perchè ciascuna di loro è multiplice di una di 5. palmi, cioè l'una, e l'altra è misurata da questa di 5. che è parte aliquota di ciascuna di loro, entrando 'l 5. appunto 5. volte nel 25. e due volte appunto nel 10. E tal linea di 5. palmi si dice la comune misura di quelle di 25. e di 10. Siccome è commensurabile una linea di palmi 27. con una di 12. perchè esse anno per comune misura una lor parte aliquota, che è di tre palmi, la quale misura quelle second'i numeri 9. e 3. E diconsi ancora commensurabili fra di loro quando la comune misura di esse entra qualche numero di volte nella maggiore, ed una sol volta nella minore; come sono la linea di 10. palmi, e quella d'uno, le quali son misurate da un'altra linea d'un palmo. Sicchè i numeri sono quantità fra loro commensurabili, perchè almeno l'unità gli misura tutti. E però

Quantità commensurabili fra loro son quelle grandezze omogenee che si possono esprimer co' numeri.

II. QVANTITA' incommensurabili fra loro quelle s'intendono, fra le quali non si dà mai parte aliquota comune, cioè che le misuri amendue.

QVALI per esempio sono, di qualunque quadrato, il diametro, e'l lato, fra le qua' linee (come prova Euclide nell'ultima del suo X. libro) non si può mai trovarn'una terza, o assegnar una parte

loro, benche minima, che sia aliquota d'amendue, la quale cioè, misurando l'una secondo qualche numero, misuri anco l'altra secondo altro numero per appunto; e per tanto.

INCOMMENSURABILI fra loro son quelle grandezze omogenee, che non si possono esprimere, o rappresentare insieme co' numeri.

ORA, trattandosi in genere delle Proporzioni fra due grandezze omogenee, altra si dice Proporzione razionale, altra irrazionale.

III. Proporzion razionale, è quel rispetto, o relazione che è fra due grandezze commensurabili tra loro, cioè quella proporzione, che si può ridurre fra due numeri, come di 10. a 8, di 20. a 3, di 7. a 12, di 30. a 10. di 15. a 1. &c.

IV. PROPORZIONE irrazionale, è quella relazione che è tra due grandezze incommensurabili, cioè quella, la quale con due numeri esprimere non si può.

E per tanto fra le quantità disgiunte, cioè fra' numeri, si dà solamente la proporzione razionale; ma fra le quantità continue si dà, e la razionale, e l'irrazionale.

IN oltre generalmente, così la proporzione razionale come l'irrazionale si divide in proporzione d'ugualità, ed in proporzione di inugualità, o di disugualità.

V. PROPORZIONE d'ugualità è quel paragone che si fà tra due grandezze uguali fra di loro.

VI. PROPORZIONE di disugualità è il paragone fra due grandezze disuguali.

QUESTA pur si divide in due altre, cioè in proporzione di maggior disugualità, e in proporzione di minor disugualità.

VII. LA prima, quando la proporzione, che si considera, è della grandezza maggiore verso la minore.

VIII. LA seconda, quand' ella è della minore verso la maggiore.

MA tralasciando le proporzioni irrazionali, che son riservate al Decimo Libro, e considerando solamente le razionali, è da sapersi, che quelle di maggior disugualità si distinguono in 5. generi, de quali i primi tre sono semplici, e' rimanenti composti.

IL primo genere è quello della proporzione detta Multiplice. Il secondo della Superparticolare. Il terzo della Superparziente. Il quarto della Multiplice superparticolare. Ed il quinto della Multiplice superparziente.

IN altrettanti, anzi ne' medesimi generi si divide la proporzione razionale di minor disugualità, mentre però s' aggiunga a lor nomi la voce sotto, dicendo, Summultiplice, Sussuperparticolare, Sussuperparziente, Summultiplice sussuperparticolare, e Summultiplice sussuperparziente.

IX. TRA' generi semplici, la proporzion razionale di maggiore disugualità, detta multiplice è, quand'un numero maggiore contien più volte un minore, ed il minore misura appunto 'l maggiore. E così il 12. al 4. à proporzione multiplice, perchè 'l 12. contiene 3. volte il 4. ed il 4. misura 'l 12. E similmente le proporzioni di 15. a 3. di 18. a 6. di 30. a 5. &c. si chiamano multiplici, e quella del 12. al 4. dicesi tripla, del 15. al 3. quintupla, del 18. al 6. tripla, del 30. al 5. sestupla &c. La proporzione poi razionale di minor disugualità, cioè del minore al maggiore si chiama summultiplice, e quella del tre al 12. si dice suqquadrupla. del tre al 15. suqquintupla, del 6. al 18. suttripla &c.

X. LA proporzione razionale di maggior disugualità, detta superparticolare è, quando 'l maggior numero contiene una sol volta il minore, e di più una parte aliquota di esso minore: come 'l 6. al 4. dicesi aver proporzione superparticolare contenendo 'l 6. una volta 'l 4. & avanzandone due, che è parte aliquota di 4. e tal proporzione di 6. a 4. dicesi sesquialtera, che vuol dire che 'l 6. contiene 'l 4. una volta e mezzo; e l' 8. al 6. à proporzione sesquiterza, cioè l' 8. contiene 'l 6. una volta e un terzo; & il 10. all' 8. à proporzione sesquiquarta, contenendo il 10. l' 8. una volta e un quarto, e così degli altri. La proporzione poi razionale di minor disugualità si dice Sussuperparticolare, chiamandosi quella di 4. a 6. sussesquialtera, di 6. a 8. sussesquiterza, di 8. a 10. sussesquiquarta &c.

XI. LA proporzione razionale di maggior disugualità, detta superparziente è, quando 'l maggior numero contiene una sol volta 'l minore, e di più avanza parti del minore, cioè una parte non aliquota; E così 5. a 3. à proporzione superparziente, contenendosi dal 5. il 3. una sol volta, e avanzandogli 2. che è parti del 3. e questa proporzione si chiama superbiparziente terza; quella di 20. a 11. supernonaparziente undecima; di 11. a 7. superquartaparziente settima; di 13. a 8. superquintaparziente ottava, e così dell'altre di questo genere &c. All'incontro il minor numero al maggiore, si dice aver proporzione sussuperparziente, e cosi quella di 3. a 5. chiamasi sussuperbiparziente terza; di 11. a 20. sussupernonaparziente undecima &c. e così d'ogn'altra simile &c.

XII. TRA'

XII. TRA' generi composti, la proporzione razionale di maggior disugualità, detta multiplice superparticolare è, quando 'l maggior numero contien più volte 'l minore, e gli avanza una parte aliquota dello stesso minore. Ond' è che 'l 20. al 6. si dice aver proporzione multiplice superparticolare, contenendo 'l 20. 3. volte 'l 6. ed avanzandogli 2. che è parte aliquota di 6. e questa si nomina triplasesquiterza, che vuol dire che 'l 20. contiene 'l 6. 3. volte, e un terzo; il 18. all' 8. l' à duplasesquiquarta; il 22. al 4. l'à quintuplasesquialtera; il 10. al 4. dupla sesquialtera; il 17. al 8. dupla sesquiottava &c. Per lo contrario la proporzione del minore al maggiore di questi termini è detta sussuperparticolare, denominando le sopraddette proporzioni coll'aggiunta della preposizione sotto.

XIII. FINALMENTE, la proporzion razionale di maggior disugualità detta multiplice superparziente è, quando 'l maggior numero contien più volte 'l minore, e gli avanza parti dello stesso minore, cioè parte non aliquota. E per tanto 11. a 3. à proporzion multiplice superparziente, contenendo l' 11. il 3. tre volte, e avanzandogli 2. che è parti di 3. e questa dicesi tripla superbiparziente terza; quella di 16. a 6. dupla superquartaparziente sesta; di 8. a tre dupla superbiparziente terza &c. Queste proporzioni poi, quando sono del minor termine al maggiore, si denominano coll' aggiunta del sotto, come s'è detto dell'altra.

DELL' ANALOGIE,

O PROPORZIONALITA' PRINCIPALI.

TRE, appresso gli Antichi Scrittori, sono l'Analogie, o le Proporzionalità più principalmente considerate, cioè. L'Arimmetica, la Geometrica (le quali si suddividono in continue, & in disgiunte) e la Musica, ovvero l'Armonica.

I. LA Proporzionalità Arimmetica continua è, quando tre, o più grandezze omogenee, differiscono tra di loro per uguali differenze: cioè, quando (essendo tre) la differenza tra la prima, e la seconda sia uguale alla differenza tra la seconda, e la terza (e questa più frequentemente si chiama Medietà Arimmetica) O pure quando (essendo più di tre) la differenza tra la prima e la seconda sia uguale alla differenza, che è tra la seconda, e la terza, e che è tra la terza, e la quarta, e tra la quarta, e la quinta &c.

DISCONTINUA, o disgiunta, quando, essendo più coppie di grandezze a due a due omogenee, la differenza tra 'l primo, e 'l secondo è uguale alla differenza, tra 'l terzo, e 'l quarto, ed a quella tra 'l quinto, e 'l sesto.

II. LA Proporzionalità Geometrica continua è, quando tre, o più grandezze omogenee differiscono tra di loro con differenze proporzionali all'intere grandezze; cioè quando (essendo tre) la differenza tra la prima, e la seconda, alla differenza tra la seconda, e la terza, stia come la prima grandezza alla seconda, o come la seconda alla terza. E questa perlopiù dicesi Medietà Geometrica. O quando (essendo più di tre) la prima alla seconda stia come la seconda alla terza, e come la terza alla quarta.

DISCONTINUA, o disgiunta, quando, essendo più coppie di grandezze a due a due omogenee, la proporzione del primo termine al secondo sia simile a quella del terzo al quarto, e del quinto al sesto &c.

III. LA Proporzionalità Musica, ovvero Medietà Armonica è, quando, di tre grandezze continuamente disuguali, la differenza tra la prima, e la seconda alla differenza tra la seconda, e la terza stia come la prima grandezza alla terza, o quando le differenze tra le grandezze sieno proporzionali all'estreme.

MA, per difinire in breve le suddette tre Medietà fra tre grandezze omogenee continuamente disuguali, si dirà che

I.

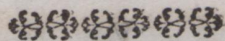
MEDIETA' Arimmetica è, quando la differenza tra la prima, e la seconda alla differenza tra la seconda, e la terza sta come la prima grandezza alla prima.

II.

MEDIETA' Geometrica, quando la prima differenza alla seconda sta come la prima grandezza alla seconda.

III.

MEDIETA' Armonica, quando la prima differenza alla seconda sta come la prima grandezza alla terza.

ASSIO-

ASSIOMI, OVVERO COMVNI NOTIZIE.

I.

SE quattro grandezze saranno proporzionali, cioè che, in senso della sesta Difinizione di questo Trattato, la prima alla seconda abbia la medesima proporzione, che la terza alla quarta; anco qualunque multiplice della prima alla seconda, avrà la stessa proporzione che l'egualmente multiplice della terza alla quarta. Cioè 3, o 4, o 7, o 10, &c. delle prime alla seconda staranno come 3, o 4, o 7, o 10, &c. delle terze alla quarta.

Assioma supposto dal Galileo.

II.

SIMILMENTE, se la prima alla seconda starà come la terza alla quarta, anco la prima a qualunque multiplice della seconda starà come la terza all'egualmente multiplice della quarta. Cioè la prima a 4, o 9, o 20, &c. delle seconde starà come la terza a 4, o 9, o 20, &c. delle quarte.

Supposto dal Galileo.

III.

LE grandezze omogenee uguali ad un'altra qualunque terza anno la medesima proporzione.

SICCOME la medesima terza grandezza all'eguali à la medesima proporzione.

Supposto ancora dal Torricelli nel suo Lib. delle Proporzioni. Et è la Propos. 7. del V. d'Eucl.

IV.

LE grandezze omogenee disuguali ad un'altra qualunque terza omogenea non anno la medesima relazione, o proporzione, ma diversa.

E la proporzione della maggior grandezza alla terza, in vigor dell'8. difinizione, si dirà maggiore della proporzione della minor grandezza alla medesima terza.

Supposto dal Galileo, & ancora dal Torricelli nel detto suo libro. Et è la prima parte della Prop 8. del V. d'Euclide.

SE

V.

Questo è in parte la Prop. 13. del V. di Euclide.

SE una di due proporzioni simili, cioè uguali, è uguale, o maggior, o minor d'una terza proporzione, l'altra ancora sarà uguale, o maggior, o minor della medesima terza proporzione. E pel contrario.

SE una proporzione sarà uguale, o maggior, o minor d'una di due proporzioni simili, la medesima sarà ancora eguale, o maggior, o minor della rimanente proporzione.

IL presente Assioma corrisponde a quella comune notizia, la quale è, che, se una di due grandezze uguali, è uguale, o maggior o minor d' una terza, ancora l'altra sarà uguale, o maggior, o minor della medesima terza. Ed all'incontro,

SE una medesima terza sarà uguale, o maggior, o minor d'una di due altre, sarà anch' uguale, o maggior, o minor della rimanente.

VI.

Assioma supposto ancora dal Torricelli in detto suo Libro delle Proporzioni, & è la Prop. 11. del V. di Euclide.

QVELLE proporzioni, che sono simili ad una medesima proporzione, son' anco simili fra di loro; ed all'incontro,

QVELLE proporzioni, alle quali è simile una medesima proporzione, sono simili fra di loro.

QVESTO corrisponde all'Assioma, che quelle grandezze, che son' uguali ad una medesima son' anco uguali fra loro.

E quelle, alle quali una medesima grandezza è uguale, pur fra loro son' uguali.

VII.

Assioma supposto ancora dal Torricelli nel detto suo Libro Et è la 9. Propos. del V. di Eucl.

QVELLE grandezze, ch'ad una medesima grandezza anno la medesima proporzione sono fra loro uguali; E pel contrario,

QVELLE grandezze, alle quali una medesima grandezza à la medesima proporzione similmente sono uguali fra loro.

SE

VIII.

SE la minor di due proporzioni disuguali sarà maggior d'una terza proporzione, la maggior di esse due proporzioni sarà molto maggior della medesima terza proporzione.

CORRISPONDE questo a quella notizia comune, che se la minor di due grandezze disuguali sarà maggior d'una terza grandezza, la maggior di esse due sarà molto maggior della medesima terza.

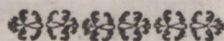
IX.

QVELLE proporzioni, che son composte delle medesime, o d'vgual numero di proporzioni simili, ciascuna a ciascuna, son le medesime, cioè simili fra di loro.

DOMANDA.

CONCEDASI che, date due grandezze omogenee terminate, qual proporzione à la prima grandezza alla seconda, tale possa averla la seconda ad una terza a quelle omogenea. O pure che tale possa concepirsi averla una terza di qualunque genere ad un'altra quarta a se omogenea.

COME per esempio, che qual proporzione à una superficie ad una superficie, o un corpo ad un corpo, o una forza ad una forza, o un tempo ad un tempo, &c. tal possa immaginarsi che l'abbia quella seconda superficie ad una terza, o una terza superficie ad una quarta, o pure qualunque retta linea terminata ad un'altra, &c.

CIO' è stato ammesso, e continuamente praticato da Euclide, da Archimede, e da altri Matematici d'ogni Secolo, anzi dal nostro medesimo Galileo ne' suoi Dialoghi delle due nuove Scienze, come cose per lor medesime chiare, e facili da concedersi.

AVVERTIMENTI.

QVI è da notarsi, che questa Scienza elementare delle proporzioni s' adatta indifferentemente, comunque occorra, alle grandezze commensurabili fra loro, ed all'incommensurabili, che son quelle, che poc'avanti si difinirono.

IN oltre, che, nelle figure del presente Trattato, tutte le grandezze omogenee che si vedono espresse in linee, o in superficie, o in corpi, ciascuno può figurarsele rappresentar quali si sieno altre grandezze, o quantità omogenee, a beneplacito, come sarebbero, di velocità, di tempi, di forze &c. comunque ne venga il bisogno; essendo chè (come si vedrà) niuna delle conclusioni quì dimostrate si ristringa più ad un genere di grandezze, che ad vn'altro; che però questa viene intitolata

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

SCIENZA VNIVERSALE DELLE PROPORZIONI.

PROPOSIZIONE I.

SE saranno quattro grandezze a due a due omogenee, e fra loro proporzionali, e si prendano l'ugualmente multiplici della prima, e della terza secondo qualsisia numero, e l'ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, pur secondo qualunque numero, anco tali multiplici saranno fra loro proporzionali.

Prop 4. del V. degli Elemen. dimostrata col Galileo.

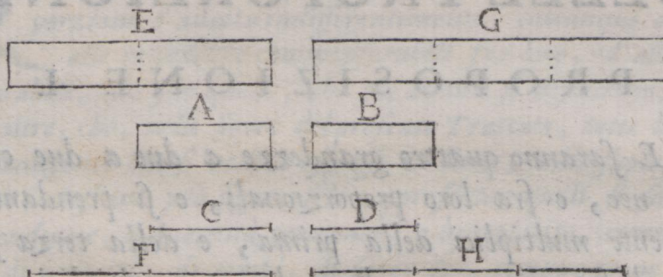
SIENO date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, di qualunque genere (purchè a due a due sien tra loro omogenee) cioè, la prima A alla seconda B abbia proporzione simi-

le à quella della terza C, alla quarta D, secondo la dichiarata [a] sesta difinizione, e si prendano le E, F[b], ugualmente [b] multiplici della prima, e della terza A, C; e le G, H, ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, D; sempre secondo qualunque numero di multiplicità. Dico che ancora queste multiplici sono

[a] *Difin. 6. di questo Tratt.*
[b] *Difin. 4.*

proporzionali; cioè che la multiplice E della prima alla multiplice G della seconda à proporzione simile a quella della multiplice F della terza alla multiplice H della quarta.

[a] 1. *Assioma.*

IMPERCIOCCHE' essendo, per supposizione, come A a B, così C a D, sarà ancora come E multiplice di A a B così [a] F ugualmente multiplice di C a D. Similmente, perchè ora s'è provato, che siccome sta E a B, così sta F a D, starà ancora come E a G multiplice di B, così [b] F ad H ugualmente multiplice di D. Che è quello, che si propose di dimostrare.

[b] 2. *Assioma.*

E così vien provata dal Galileo la 4. Prop. del V. d'Euclide.

COROLLARIO.

Converso della 5. difin. del V. degli Elementi dimostrato col Galileo.

[c] *Difin. 6. di questo.*

DI quì è che essendosi dimostrato, che le proporzioni delle grandezze E, F, (ugualmente multiplici della prima, e della terza A, C) alle G, H (ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, D) sono simili fra di loro, è segno che se la multiplice E è uguale alla G anco la multiplice F sarà [c] uguale alla H, e s'ell'è maggiore, maggiore, e s'ell'è minore, minore.

ONDE ne segue, che mentre sieno quattro grandezze a due a due omogenee, e proporzionali, sempre l'egualmente multiplici dell'antecedenti prima, e terza, s'accordano con l'ugualmente multiplici delle conseguenti seconda, e quarta, in pareggiare, o in avanzare, o in mancare.

E così vien dimostrato dal Galileo il converso della 5. difinizione del V. d'Euclide.

PROPOS.

PROPOS. II.

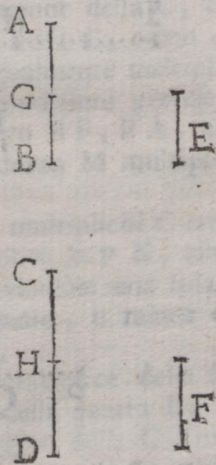
SE grandezze omogenee quante si vogliano saranno egualmente multiplici d'altrettante, ciascuna di ciascuna, quante volte è multiplice una di una, altrettante ancora saranno multiplici tutte insieme di tutte insieme.

Prop. 1, del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SIENO quante si vogliano grandezze omogenee A B, C D, &c. egualmente multiplici d'altrettante E, F, &c. ciascuna di ciascuna, cioè sia la A B multiplice di E, e la C D egualmente multiplice di F, &c. Dico che quante volte è multiplice una di una, cioè la A B della E, altrettante è multiplice il composto delle A B, C D, del composto delle E, F.

POICHE' essendo A B multiplice di E, come la C D è multiplice di F, quante parti sono in A B uguali ad E, altrettante saranno in C D uguali ad F: e però divise le A B, C D nelle parti uguali alle loro sunmultiplici, cioè nelle parti A G, G B, e nelle C H, H D, sarà il numero in A B uguale * al numero in C D. E perche A G è uguale ad E, e C H ad F, ancora le A G, C H prese insieme saranno uguali alle E, F, insieme prese. E per la medesima ragione, essendo G B uguale ad E, & H D ad F, ancora le G B, H D insieme prese saranno uguali alle predette E, F, insieme prese.

** Difin. 4.*

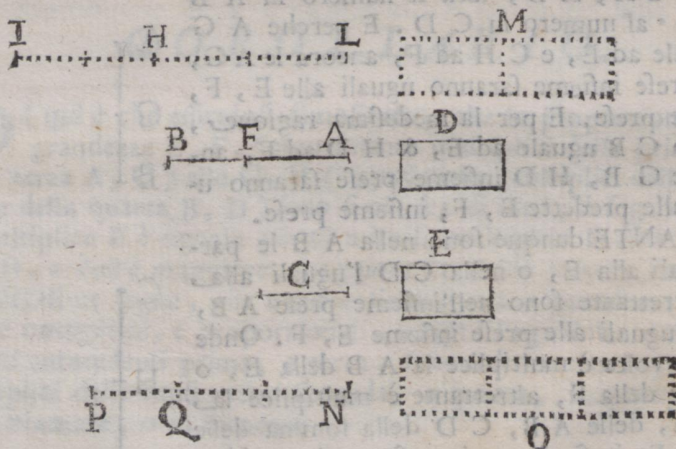
QVANTE dunque sono nella A B le parti uguali alla E, o nella C D l'uguali alla F, altrettante sono nell'insieme prese A B, C D l'uguali alle prese insieme E, F. Onde quante volte è multiplice la A B della E, o la C D della F, altrettante è multiplice la somma, delle A B, C D della somma delle E, F. Et in simil maniera si continuerebbe la dimostrazione, quando oltre alle A B, C D fossero date altre simili quantità multiplici d'altrettante secondo il

numero della data multiplicità. Se dunque quante si vogliano grandezze omogenee saranno egualmente multiplici d'altrettante, &c. Il che si dovea dimostrare.

E questa è la prova d'Euclide della prima Propos. del V. Libro.

PROPOS. III.

Converso della 7. difin del V. degli Elem. dimostrato col Galileo, ma alquanto variato nella costruzione.

DATE quattro grandezze a due a due omogenee, ma non proporzionali, e talmente che la prima alla seconda abbia maggior proporzione, che la terza alla quarta. E' possibile prender in qualche modo l'egualmente multiplici della prima, e della terza, e della seconda, e della quarta, sicchè la multiplice della prima superi quella della seconda, ma la multiplice della terza non superi quella della quarta, anzi le sia minore.

PONGANSI le date quattro grandezze non proporzionali essere le A B, C, d'un medesimo qualunque genere, e le

D, E, similmente d'uno stesso qualunque genere, e sia la prima A B, alquanto maggior di quello, ch' ella dovrebbe essere, per

aver alla ſeconda C proporzione ſimile a quella, che à la terza D alla quarta E. Dico eſſervi modo di prender in certa particolar maniera l'ugualmente multiplici della prima, e della terza, ed altre ugualmente multiplici della ſeconda, e della quarta, ſicchè quella della prima ſia maggior di quella della ſeconda, ma quella della terza non ſia altrimenti maggior di quella della quarta, anzi le ſia minore.

PER ottener ciò, s' intenda eſſer levato dalla prima quantità A B quell'eccesſo, che la fa eſſer maggior di quello ch'eſſer dovrebbe per avere a C la medeſima proporzione, che à D ad E, e tale eccesſo ſia F B; Reſteranno per tanto quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà ſimil proporzione che à la D alla E.

IN oltre ſi prendano delle parti B F, F A, l'ugualmente multiplici I H, H L, con tali condizioni però, che la I H ſia asſolutamente maggior della ſeconda grandezza C, e che la H L ſia non minore, cioè a dire, o uguale, o maggior della ſteſſa C. (Il che poterſi fare è manifeſto, per eſſer i lor ſummultiplici B F, F A, quantità dello ſteſſo genere, e terminate; e perciò, quando col preſo numero d'egual multiplicità delle B F, F A, mentre la multiplice H I è maggior di C, la multiplice H L non foſſe uguale, o maggiore della medeſima C, ma rimaneſſe ancor minore, certo è, che tanto ſi potrebbe creſcere il numero di multiplicità, che la detta H L arrivaſſe ad eſſer non minor della C, ed allora tanto più la I H ſarebbe maggior della ſteſſa C, come ci fa di biſogno.) Pongaſi dunque che in queſte ugualmente multiplici I H, H L ſi ſieno adempite le ſuddette condizioni preteſe; e quante volte eſſe ſono multiplici delle parti loro B F, F A, altrettante volte appunto s'intenda preſa la grandezza M multiplice della terza grandezza D.

ET eſſendoſi preſa H L non minor di C, ſi multiplichi C tanto, che baſti a ſuperare H L, e ſia tal multiplice la P N, cioè prosſimamente maggior dell' H L, ſicchè levandole una ſola parte P Q dell' uguali alla C, reſti Q N uguale, o minor di H L, ovvero H L uguale, o maggior di Q N.

PER vltimo, quante volte la N P s'e preſa multiplice della ſeconda C, altrettante ſi ponga la O multiplice della quarta E.

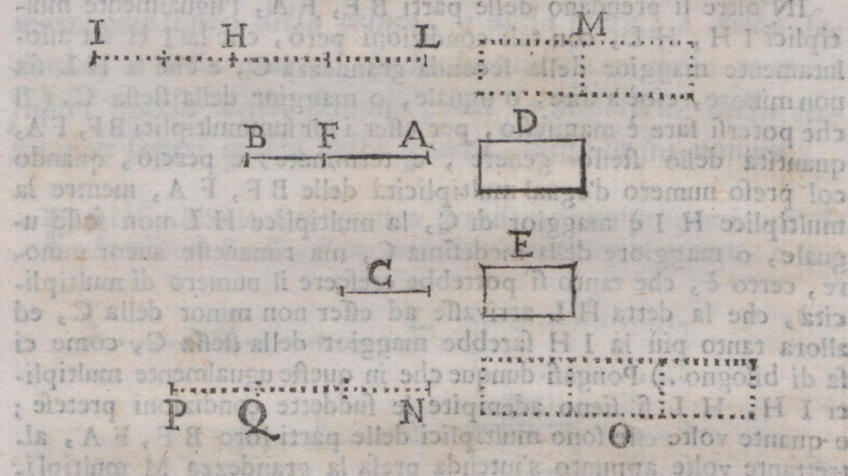
ORA eſſendoſi preſa I H asſolutamente maggior della C, ovvero della P Q, e la H L fatta uguale, o maggior della Q N, ſarà tutta 'nſieme la I L asſolutamente maggiore di tutta la P N. Il che ſi abbia a memoria.

E

E perchè le quattro grandezze A F, C, D, E, si riducessero proporzionali, e della prima A F e della terza D, si presero le H L, M, ugualmente multiplici; e della seconda C, e della quarta E, le ugualmente multiplici P N, O, la multiplice M s'accorderà con la O, come [a] la H L con la P N; ma la H L è minore della P N (perchè si prese P N multiplice di C, e prossimamente maggiore di H L) adunque anco la M sarà minore della O. Fin ora dunque si è provato, che I L è maggiore assolutamente di P N, e che M è minore di O.

[a] Coroll della 1. Prop. di questo.

FINALMENTE, essendo I H multiplice di B F come è H L di F A, e come M di D, sarà il composto I L multiplice del composto B A come [b] H L di F A; ovvero come M di D: sicchè I L & M sono ugualmente multiplici delle grandezze date prima, e terza

[b] Prop. 2. di questo.

A B, D, & anco P N & O sono egualmente multiplici dell'altre date seconda, e quarta C, E. Ma poco sopra dimostrammo I L maggiore della P N, e dipoi concludemmo la M esser minore della O: adunque si è fatto vedere, che quando la prima grandezza A B è maggiore del bisogno per aver' alla seconda C proporzione simile a quella della terza D, alla quarta E, si può pigliare in qualche maniera l' ugualmente multiplici I L, & M, delle A B, D, prima, e terza; e l' ugualmente multiplici P N, & O, delle C, E, seconda, e quarta, che la multiplice della prima superi la multiplice della seconda, ma la multiplice della terza non superi la multiplice della quarta; poichè

che si è quì dimostrato, che I L supera N, ma che non già M supera O, anzi che è minore. Il che si propose per possibile a farsi.

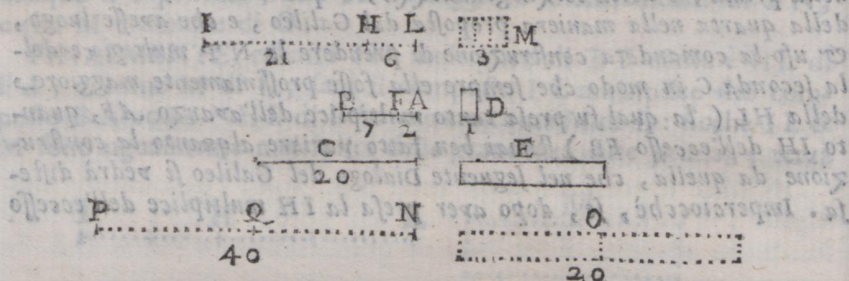
E in tal maniera vien dimostrato dal Galileo il converso della 7. diffinizione del V. d'Euclide.

MA affinchè nella passata proposizione si dimostrasse con ogni maggiore evidenza la possibilità di prender l'ugualmente multiplici della prima, e della terza grandezza, e quelle della seconda, e della quarta nella maniera proposta dal Galileo, e che avesse luogo, & uso la comandata construzione di prendere la N P multiplice della seconda C in modo che sempre ella fosse prossimamente maggiore della HL (la qual fu presa tanto multiplice dell'avanzo AF, quanto IH dell'eccesso FB) stimai ben fatto variare alquanto la construzione da quella, che nel seguente Dialogo del Galileo si vedrà distesa. Imperciocchè, se, dopo aver presa la IH multiplice dell'eccesso

B F talmente che ella superi C, ne accadesse, com'in effetto accader può, che H L, presa altrettanto multiplice di F A, fosse non ostante minor di C, allora la minima multiplice di C, che è la dupla, anzi ogni grandezza eguale a C supererebbe H L, nè perciò vi sarebbe modo di pigliare la N P multiplice di C prossimamente maggiore di H L, dalla quale (tolta poi una parte P Q uguale a C) rimanesse Q N uguale, o minore di H L. Perche nel caso che la multiplice N P fosse dupla di C, tolta una parte P Q, vi resterebbe Q N, che è uguale a C, ancor maggiore di H L: e nel caso che N P fusse uguale a C, toltane una parte non vi rimarrebbe cosa alcuna; che però dopo aver presa la I H multiplice di B F, e maggiore di C, non sempre si potrebbe continuare la dimostrazione con dire I H è maggiore di C,

7 diffin. del V. degli Elementi, cioè Converso del Corollar della Prop. pr. di questo dimostrato dal Galileo:

ovvero di PQ, & HL è maggior di QN, adunque tutta IL è maggior di tutta PN; perchè tal volta potrebb' anch' esser il composto IL uguale al composto PN, e tal volta minore, com' apparisce nell' esempio di questa figura.

A voler dunque concludere, com' è 'l bisogno, che tutta IL sia maggior di tutta PN è necessario, che non solo IH multiplice di

BF sia presa maggior di C, ovvero di PQ, ma ancora che HL sia maggiore, o eguale, cioè non minor di C, perchè così essendo, si potrà anco prendere NP multiplice di C, e prossimamente maggiore di HL, e col finire la comandata construzione, dimostrar poi quivi la proposta, che s' è veduta.

PROPOS. IV.

7 difin. del V. degli Elementi, cioè Converso del Corollar. della Prop. pr. di questo dimostrato dal Galileo:

SE, di quattro grandezze date a due a due omogenee, l' ugualmente multiplici dell' antecedenti prima, e terza prese secondo qualunque numero s' accorderanno sempre nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere l' ugualmente multiplici rispettivamente delle conseguenti seconda, e quarta, presi similmente secondo qualunque numero, tali grandezze saranno fra loro proporzionali.

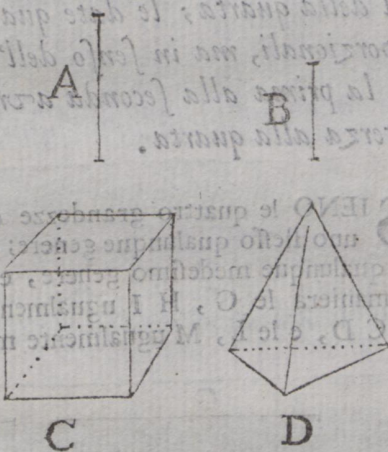
SIENO le date grandezze A prima, e B seconda d'un medesimo qualunque genere, e C terza, e D quarta, pur tra loro

ro d'uno stesso qualunque genere, e delle A, C, s' intendano prese l'ugualmente multiplici secondo qualsisia numero, e delle B, D ancora l' ugualmente multiplici secondo qualunque numero. Dico che se la multiplice della grandezza A è sempre concorde colla multiplice della B, come la multiplice della C colla multiplice della D nel pareggiare, o nel mancare, ovvero nell'eccedere; tali grandezze son tra loro proporzionali, cioè che A a B sta come C a D.

IMPERCIOCCHE', se è possibile, sieno non proporzionali. Adunque una dell' antecedenti sarà maggior di quel, che ella dovrebbe per avere alla sua conseguente proporzione simile a quella dell'altra antecedente alla sua conseguente.

SIA per esempio l'antecedente A maggior del bisogno: adunque si potranno pigliare dell'antecedenti A, C, l' ugualmente multiplici in una tal maniera, ed anco delle conseguenti B, D, nel modo insegnato * che 'l multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggiore, anzi minore del multiplice di D; ma questo è totalmente contro 'l supposto che è, che tali multiplici sieno sempre concordi, &c. Adunque A non è maggior del bisogno; nè anco C, per le stesse ragioni. Onde A a B sta come C a D, cioè queste date grandezze son tra loro proporzionali. Il che bisognava dimostrare.

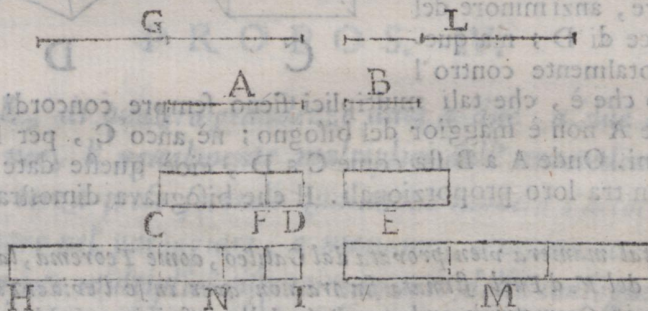
* 3. Prop.

Ed in tal maniera vien provata dal Galileo, come Teorema, la 5. difinizione del V. d'Eucl. stimata fin'ora non aver in se l'evidenza degli altri principj Geometrici: onde per l'uso della difinizione suddetta in alcune Proporzioni, sì di questo libro, come del sesto, dell'undecimo, e del duodecimo, & in altre ancora d' Archimede, di Pappo, e di tutti gli altri Geometri (che per dimostrare la proporzionalità fra quattro grandezze, si vagliono dell'egualmente multiplici) non doveranno gli Studiosi incontrar per l'avvenire alcuna difficultà.

PROPOS. V.

7 difin. del V. degli Elementi, cioè Converso della 3. Prop. di questo dimostrato col Galileo.

SE, di quattro grandezze date, a due, a due omogenee, prese l' ugualmente multiplici dell' antecedenti prima, e terza secondo qualche numero, e prese in qualche maniera l' ugualmente multiplici delle conseguenti seconda, e quarta, il multiplice della prima avanzerà il multiplice della seconda, ma quel della terza non avanzerà quel della quarta; le date quattro grandezze non saranno proporzionali, ma in senso dell'ottava difinizione di questo, la prima alla seconda avrà maggior proporzione, che la terza alla quarta.

SIENO le quattro grandezze date A prima, e B seconda d' uno stesso qualunque genere; C D terza, & E quarta pur di uno qualunque medesimo genere, e suppongasi che prese in qualche maniera le G, H I ugualmente multiplici dell' antecedenti A, C D, e le L, M ugualmente multiplici delle conseguenti B,

3 Prop.

E, si trovi, che la G multiplice di A sia maggior della L multiplice di B, ma che la H L multiplice di C D non sia maggior della M multiplice di E. Dico che le A, B, C D, E, non sono proporzionali, ma che A a B à proporzione maggiore di C D ad E, cioè che, in senso dell'ottava difinizione, A è maggiore di

quello,

quello, che ella dovreb'esser per avere alla B la medesima proporzione, che à la CD alla E.

SE è possibile, non sia A maggior del dovere: Adunque o ella sarà precisamente proporzionale; o minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale con la B, come è la CD con la E, sempre l'ugualmente multiplici della prima, e della terza sarebbero concordi [a] nel pareggiare, o nel mancare, ovvero nell'eccedere l'ugualmente multiplici, della seconda, e della quarta; Ma esse non son concordi, conforme a che si è supposto, adunque queste date grandezze non son proporzionali.

[a] *Coroll. della prima Prop.*

SIA ora la A minor del giusto, se possibile è, per avere alla B la medesima proporzione, che la CD alla E. Se questo è dunque, segno è che la terza CD è maggior del giusto per avere alla quarta D simil proporzione della prima A alla seconda B.

S'INTENDA per tanto levato dalla terza CD l'eccesso DF, che la fa essere maggior del giusto, talmente che la rimanente CF resti appunto proporzionale alla E, come è la A alla B: e dalla HI si prenda la HN multiplice della parte CF, quanto tutta la HI è multiplice di tutta la CD, ovvero quanta è la G multiplice della A; ma già sono le LM egualmente multiplici delle B, E, e la CF alla E si dice stare come la A alla B, adunque la HN multiplice di CF s'accorderà [b] con la M multiplice di E, come la G multiplice di A con la L multiplice di B; ma G, per supposizione, supera L, adunque anco HN supera M, e la HI supera HN (perche CD summultiplice di HI è maggiore di CF summultiplice di HN) adunque tanto più HI supera M; il che è contro 'l supposto, che fu che G superasse L, & HI non superasse M. Non è dunque A minor del giusto per avere A a B la proporzione che à CD ad E; e sopra si dimostrò ancora essa A non esser proporzionale con la B, come è la CD con la E: adunque A necessariamente è maggiore del giusto, cioè, in senso della settima difinizione di questo, A a B à maggior proporzione di CD ad E. Se adunque di quattro quantità date &c. Il che si dovea dimostrare.

[b] *Coroll. della prima Prop.*

ED in tal guisa riman provata dal Galileo, come Teorema, la 7. difin. del V. d'Euclide, e rimossa la difficultà che arrecava l'uso di essa nella Proposizione ottava del medesimo Libro.

PRO-

PROPOS. VI.

Seconda parte della Prop. 8. del V. degli Elementi da me dimostrata.

VNA medesima grandezza alla minor di due altre omogenee disuguali, à maggior proporzione che alla maggiore.

SIENO due grandezze omogenee disuguali, A maggiore, B minore, e qualunque terza pur ad esse omogenea, C. Dico che la C alla B à maggior proporzione, che alla A.

INTENDASI altra D uguale alla C.

AVRA' dunque A a D la medesima [a] proporzione che A a C. E perche A è data maggior di B, & è una C terza grandezza ad esse omogenea, avrà A a C, ovvero a D maggior [b] proporzione che B alla stessa C: e però delle A, B, come prima, e terza si potranno pigliar l'ugualmente multiplici E, G, e delle D, C come seconda, e quarta l'ugualmente multiplici F, H, talmente che [c] la multiplice E superi la F, ma la G non superi la H, anzi le sia minore. Sia dunque ciò fatto. E perche E supera F, e G è minor di H, sarà H maggior di G, & F minor di E: Sicchè considerate ora C come prima grandezza, B come seconda, D come terza, & A come quarta, essendosi prese le H, F, ugualmente multiplici della prima, e della terza C, D, e le G, E, ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, A, è provato che H multiplice della prima C supera G multiplice della seconda B, ma che F multiplice della terza D è minore di E multiplice della quarta A, avrà la prima C alla seconda B maggior [d] proporzione che la terza D alla quarta A; ma C e D sono uguali per construzione, adunque la sola terza grandezza C alla minore B à maggior proporzione, che alla A. Il che si dovea dimostrare.

[a] 3. *Assioma.*
[b] 4. e 5. *Assioma.*
[c] *Prop.* 3.
[d] *Prop.* 5.

E questa è la seconda parte dell'ottava Propos. del V. d'Euclide da me dimostrata.

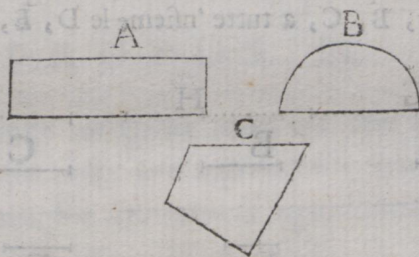
PROPOS. VII.

DI due grandezze, che anno proporzione ad una terza, quella che à maggior proporzione, è maggiore. E quella alla quale la terza à maggior proporzione, è minore.

Prop 10 degli Elementi dimostrata con Euclide, & è il cõverso dell'8. difin. e della 6. Prop. di questo.

ABBIA la grandezza A alla C maggior proporzione, che la B alla C. Dico che A è maggior di B.

IMPERCIOCCHE' se A non è maggior di B sarà uguale, o minore. S'ella fosse uguale, avrebbe [a] la A alla C la medesima proporzione, che la B alla medesima C, ma essa l'à maggiore pe 'l supposto, adunque non è A uguale a B.

[a] *3. Assioma di questo.*

SE fosse minore A di B, avrebbe [b] A a C minor proporzione, che B a C, ma l'à maggiore, pe 'l supposto, adunque A non è minor di B: E si è provato non esser uguale, ond'ell'è maggior di B per necessità.

[b] *4. Assioma.*

ABBIA in oltre C a B maggior proporzione che ad A. Dico che B è minor di A.

IMPERCIOCCHE' se B non fosse minor di A, o sarebbe uguale, o maggiore. Se uguale, avrebbe [c] C a B la medesima proporzione della stessa C ad A, ma l'à maggiore, per il dato, dunque non è B uguale ad A.

[c] *3. Assioma.*

SE fosse B maggior di A, avrebbe [d] C a B minor proporzione che ad A, ma l'à maggiore, pe 'l supposto, non è dunque B maggior di A, non è anco uguale ad A, come poco sopra si è dimostrato, e però B è necessariamente minor di A. Il che bisognava provare

[d] *6. Prop.*

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 10. del V.

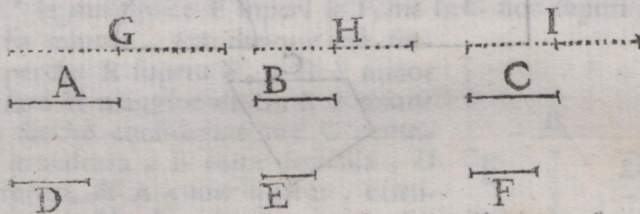
PROP.

PROPOS. VIII.

Prop. 12. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SE, tra le grandezze omogenee, quante si vogliano antecedenti saranno proporzionali ad altrettante conseguenti, ciascuna di ciascuna; come è una dell'antecedenti alla sua conseguente, così saranno tutte l'antecedenti 'nsieme a tutte 'nsieme le loro conseguenti.

SIENO tra le grandezze omogenee quante si vogliano antecedenti A, B, C, con altrettante conseguenti D, E, F, e ciascuna di ciascuna sia nella medesima proporzione, cioè stia A a D, come B ad E, e come C ad F. Dico che la proporzione di una ad una, per esempio di A a D è simile alla proporzione di tutte 'nsieme le A, B, C, a tutte 'nsieme le D, E, F.

G H I
A B C
D E F
K L M

PRENDANSI le G, H, I, ugualmente multiplici quanto si vuole delle A, B, C, e le K, L, M, in qualunque modo pur egualmente multiplici delle D, E, F.

PERCHE dunque A a B sta come B ad E, e delle A, B, sono le G, H, ugualmente multiplici, siccome delle D, E, sono ugualmente multiplici le K, L, si accorderà [a] la G con la K, come la H con la L in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi. Per le medesime ragioni sarà concorde N con L come I con M, e per tanto s'accorderanno tutte 'nsieme con tutte 'nsieme, come una con una, cioè se G è uguale a *K*, ancora le G, H, I insieme prese saranno uguali alle *K*, L, M insieme prese, e se G è maggior di *K*, anco l'insieme G, H, I saranno maggiori dell' insieme

[a] *Coroll. della prima Prop.*

sieme K, L, M, e se è minore, minore. Ma essendo G multiplice di A, come H di B, e come I di C; la sola G sarà [a] multiplice della sola A, come la somma G, H, I della somma A, B, C; e per la stessa ragione la K sarà multiplice della D, come la somma K, L, M della somma D, E, F: ed ora s'è provato che G multiplice di A, s'accorda con K multiplice di D in quel modo che la somma G, H, I multiplice della somma A, B, C s'accorda con la somma K, L, M multiplice della somma D, E, F, adunque la grandezza A alla D sta [b] come la somma A, B, C alla somma D, E, F. Onde se grandezze omogenee quante si vogliano saranno proporzionali ad altrettante, la proporzione che è tra una delle antecedenti alla sua conseguente sarà simile alla proporzione che è tra tutte l'antecedenti insieme a tutte insieme le conseguenti. Il che bisognava dimostrare.

[a] *Prop. 2.*

[b] *Prop. 4.*

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 12. del V.

PROPOS. IX.

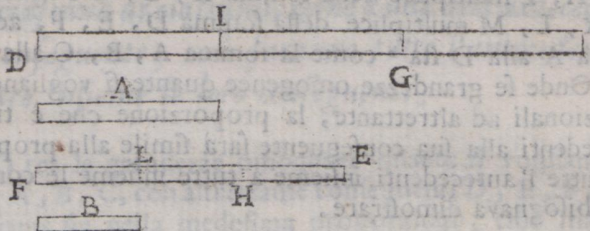
Prop. 15. del V. Libro degli Elementi dimostrata con Euclide,

LE grandezze omogenee anno tra loro la medesima proporzione delle loro ugualmente multiplici: Cioè LE parti stanno fra loro come le ugualmente multiplici.

DELLE grandezze omogenee A, B, sia la D C multiplice della A, come la F E della B. Dico che D C ad F E sta come A a B.

IMPERCIOCCHE' essendo D C multiplice di A come F E di B, dividendo le D C, F E nelle parti uguali alle A, B, tante parti saranno nella D C uguali ad A, quante nella F E uguali

guali a B. Sieno per tanto le parti in D C le D I, I G, G C, & in F E sieno le F L, L H, H E. Essendo dunque ciascuna delle D I, I G, G C uguali ad A saranno quelle uguali tra loro, siccome tutte le F L, L H, H E, tra loro uguali: e però come D I ad F L, così [a] sarà I G ad L H, e così G C ad H E; e come una dell' antecedenti ad una delle conseguenti, così [b] tutte a tutte.

[a] 3. Assioma. [b] Prop. 8.

Onde come D I ad F L, ovvero come A a B così starà D C multiplice di A ad F E ugualmente multiplice di B. Adunque le grandezze omogenee summultiplici sono nella medesima proporzione delle loro ugualmente multiplici. Il che si dovea dimostrare.

Prop. 15. del V. Libro degli Elementi dimostrata con Euclide.

E questa è la prova d'Euclide della Prop. 15. del V. degli Elementi, la quale fors' anco si poteva senza scrupolo riporre fra gli Assiomi, essendo per se stesso manifesto, che qual proporzione, o rispetto, o relazione à la prima di due grandezze omogenee verso la seconda, tale l'anno due delle prime verso due delle seconde, e tale tre verso tre, e venti verso venti, &c.

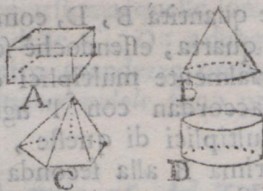
PROPOS. X.

Prop. 14. del V. degli Elem. dimostrata con Euclide.

SE di quattro grandezze omogenee la prima alla seconda avrà la medesima proporzione che la terza alla quarta, e sia la prima maggior della terza, anco la seconda sarà maggior della quarta, e se è uguale, uguale, e se è minore, minore.

SIENO

SIENO quattro grandezze omogenee A, B, C, D, e la prima A alla seconda B stia come la terza C alla quarta D, e sia la prima A maggiore della terza C. Dico che anco la seconda B è maggiore della quarta D; e che se è uguale, uguale; e se è minore, minore.

POICHE', se a A sarà maggior di C, avrà A a B maggior * proporzione che la C alla medesima B, ma come l' A alla B così fu data C a D, adunque anco C a D à maggior [a] proporzione della medesima C alla B, e però D è minor [b] di B, cioè B maggiore di D.

MA se A sarà uguale a C, avrà l' A alla B la medesima [c] proporzione della C alla stessa B, ma come A a B, così sta C a D, pe'l supposto, adunque anco C a D à la medesima [d] proporzione della stessa C alla B: Onde la D è uguale [e] alla B, cioè la B alla D.

SE finalmente A sarà minor di C, avrà l' A alla B minor [f] proporzione della C alla medesima B, ma come A a B, così fu posta esser C a D, adunque anco C a D à minor proporzione [g] della stessa C alla B, sicchè D è maggior [h] di B, cioè la B minor della D. Se dunque di quattro grandezze omogenee la prima alla seconda, &c. Il che si dovea dimostrare.

E questa è la prova d' Euclide della Prop. 14. del V. libro.

* 4. *Assioma.*
[a] 5. *Assioma.*
[b] 7. *Prop.*
[c] 3. *Assioma.*
[d] 5. *Assioma:*
[e] 3. *Assioma.*
[f] 4. *Assioma.*
[g] 5. *Assioma.*
[h] *Prop.* 6.

PROPOS. XI.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno proporzionali, e convertendole saranno proporzionali.

Coroll. della 4. Prop. del V. degli Elementi dimostrato con Euclide.

SIA come A a B d'un medesimo qualunque genere, così C a D pur di un solo qualunque genere. Dico che anco B ad A sta come D a C.

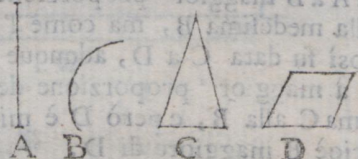
E questo modo d'argomentare dicasi. *Convertendo.*

ESSENDOSI dimostrato * che di queste quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, sempre quali si siano ugualmente multiplici

* *Coroll della prima Prop.*

plici della prima, e della terza A, C, s'accordano con quali si sieno ugualmente multiplici della seconda, e della quarta B, D, in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi; è manifesto, che queste medesime multiplici prese conversamente si accordano ancor sempre in mancare, o in avanzare, o in pareggiarsi. E però considerando le quantità B, D, come prima, e terza, e le A, C, come seconda, e quarta, essendochè sempre l'ugualmente multiplici di quelle s'accordan con l'ugualmente multiplici di queste, avrà la prima B alla seconda A la medesima [a] proporzione che la terza D alla quarta C. Laonde se quattro grandezze a due a due omogenee son proporzionali, prese al contrario, ovvero *Convertendo* saranno ancora proporzionali. Il che bisognava dimostrare.

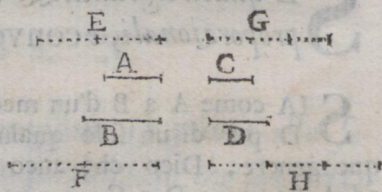
[a] 4. Prop.

A B C D

E questa è la prova d'Euclide del Corollario della Prop. 10. del V.

PROPOS. XII.

Prop. 16. del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

S*E quattro grandezze omogenee saranno proporzionali, ancora* permutandole *saranno proporzionali.*

SIENO le date quattro grandezze omogenee proporzionali A, B, C, D, cioè stia l'antecedente A al suo conseguente B, come l'antecedente C al suo conseguente D. Dico che ancora l'antecedente A all'antecedente C sta come 'l conseguente B al conseguente D.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Permutando.*

E G A C B D F H

PRENDANSI delle A, B, l'ugualmente multiplici E, F, secondo qualunque numero; siccome delle C, D, l'ugualmente multiplici G, H pur secondo qualunque numero.

STARA' dunque come la multiplice E all'ugualmente multiplice F, così [b] la parte A alla parte B, ma anco C a D s'è posto esser come

[b] Prop 9.

come A a B, adunque E ad F ſta [a] come C a D, ma anco la multiplice G alla H ſta [b] come C a D, adunque E ad F ſta ſimilmente come [c] G ad H. Onde ſe la prima E foſſe uguale alla terza G, anco la ſeconda F ſarebbe [d] uguale alla quarta H, ſe maggiore, maggiore, e ſe minore, minore; Sicchè le E, F convengono con le G, H in avanzare, o in mancare, o in pareggiarſi, ma quelle ſon ugualmente multiplici delle A, B, e queſte delle C, D; adunque A a C ſta [e] come B a D. E però ſe quattro grandezze omogenee ſon fra loro proporzionali, ancora *Permutandole* ſono proporzionali.

[a] 5. *Aſſioma.*
[b] *Prop.* 9
[c] *Aſsioma.*
[d] *Prop.* 10.
[e] *Prop.* 4.

E queſta è la dimoſtrazione d'Euclide della Prop. 16. del V. Lib.

ALTRIMENTI

Senza l'ugualmente multiplici.

Altra dimoſtrazione aggiũta da me.

POSTE *le medeſime coſe. La proporzione di A a C è [f] compoſta della proporzione di A a B, e della proporzione di B a C, ma come A a B, così ſi è dato ſtare C a D, adunque la proporzione di A a C è compoſta di quella di C a D, e di quella di B a C, ma anco la proporzione di B a D è compoſta delle medeſime proporzioni di C a D, e di B a C; adunque le proporzioni di A a C, e di B a D, eſſendo compoſte di due ſimili proporzioni, ſono ſimili [g] fra di loro. Il che &c.*

[f] *Diſin.* 14.
[g] *Aſsioma* 9.

PROPOS. XIII.

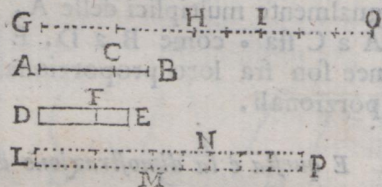
Prop. 17. del V. degli Elementi dimoſtrata cõ Euclide.

S*E quattro grandezze a due a due omogenee ſaranno compoſte proporzionali*, e dividendole *ſaranno proporzionali.*

SIENO due grandezze omogenee, e compoſte 'nſieme A B, B C, & altre due pur omogenee, e compoſte 'nſieme D E, E F, e ſien tra loro proporzionali, cioè come A B a B C, così D E, ad E F. Dico che, *dividendole*, anco A C a C B ſta come D F ad F E.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Dividendo, o per la divisione della proporzioni.*

PRENDANSI delle A C, C B, e delle D F, F E, le G H, H I, e le L M, M N ugualmente multiplici second'un medesimo qualunque numero; & in oltre delle C B, F E si prendano l'ugualmente multiplici I O, N P, pur second'uno stesso qualunque numero.

PERCHE' dunque l' H I è multiplice di C B, come l' M N di F E, il numero delle C B nella H I sarà uguale al numero della F E nella M N. Similmente, perchè I O è multiplice di C B, come N P di F E; il numero delle medesime C B nella I O sarà uguale al numero delle F E nella N P. Se dunque il numero in H I è uguale al numero in M N, & il numero in I O al numero in N P, tutto 'l numero delle C B in H O, sarà uguale a tutto 'l numero dell' F E in M P: Onde le H O, M P sono ugualmente multiplici delle C B, F E.

E perchè G H è multiplice di A C, come H I di C B, sarà il composto G I multiplice del composto A B, come [a] una di una, cioè come G H di A C, ovvero come L M di D F, cioè come M N di F E, ovvero come 'l composto L N del composto D E. Ma sta come la prima A B alla seconda B C, così la terza D E alla quarta E F, e della prima, e della terza si son provate ugualmente multiplici le G I, L N; e della seconda, e della quarta si provaron di sopra ugualmente multiplici le H O, M P, adunque l'ugualmente multiplici della prima, e della terza saranno concordi [b] con l' ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; cioè se G I è uguale ad H O, anco L N sarà uguale ad M P; e se è maggiore, maggiore, e se è minore, minore: Onde tolte le parti comuni H I, M N, anco il residuo G H s'accorderà col residuo I O, come 'l residuo L M col residuo N P in pareggiarsi, o in avanzare, o in mancare: E però considerata A C come prima grandezza, C B come seconda, B F come terza, & F E come quarta, essendosi prese le G H, L M ugualmente multiplici della prima, e della terza, e le I O, N P ugualmente multiplici della seconda, e della quarta e dimostrato, che quella della prima concorda con quella della seconda, come quella della terza con quella della quarta, starà [c] la prima alla seconda come la terza alla quarta, cioè la A C alla C B come la D F all' F E. E però quando le grandezze sono composte

[a] *Prop.* 2.

[b] *Coroll. della prima.*

[c] *Prop.* 4.

poste proporzionali, *e dividendole* son ancora proporzionali. Il che &c.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 17. del V. Libro.

COROLL.

Prop. 2. del V. degli Elemen- dedotta da me.

ESSENDOSI dimostrato quì in primo luogo, che quando la HI è multiplice della CB, come la MN dell' FE, e che quando la IO è multiplice della stessa CB, come la NP della medesima FE, il composto HO è multiplice della detta CB, come 'l composto MP della stessa FE, si cava, che quando la prima è multiplice della seconda, come la terza della quarta, e la quinta della seconda, come la sesta della quarta, anco 'l composto della prima, e quinta è multiplice della seconda, come 'l composto della terza, e sesta è multiplice della quarta. Il che &c.

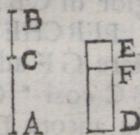
E questa è la dimostrazione della Prop. 2. del V. d'Euclide, da me dedotta.

AGGIUNTA I.

Scolio del Clavio alla Prop. 17. del V. degli Elementi.

DAL dimostrato fin quì facilmente si deduce, che quando AB a BC sta come DE ad EF, anco BC a CA sta come EF ad FD.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per divisione conversa di proporzione.*

PERCHE' essendo AB a BC, come DE ad EF, dividendo [a] starà AC a CB come DF ad FE, e convertendo [b] BC a CA starà come EF ad FD. Il che &c.

[a] Prop 13.
[b] Prop. 11.

AGGIUNTA II.

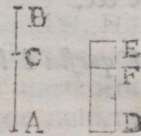
Scolio del Clavio alla Prop. 17. del V. degli Elementi.

SI cava in oltre, che quando BC a BA sta come EF ad ED, anco BC a CA sta come EF ad FD.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per division contraria di proporzione.*

PERCHE' essendo BC a BA, com'EF ad ED, convertendo [a] AB a BC starà come DE ad EF, e dividendo [b] AC a CB come DF ad FE; e di nuovo convertendo [c] BC a CA starà come EF ad FD. Il che &c.

[a] *Prop.* 11.
[b] *Prop.* 13.
[c] *Prop.* 11.

B C A — E F D

PROPOS. XIV.

Prop. 18. del V. degli Elementi dimostrata da me senza la Prop. 20. di questo della quale si serve Eucl.

SE quattro grandezze a due a due omogenee saranno divise proporzionali, e componendole *saranno proporzionali.*

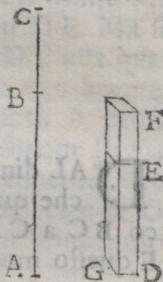
SIENO due grandezze omogenee AB, BC, insieme congiunte, & altre due similmente omogenee unite insieme DE, EF, e tra loro sieno proporzionali, cioè stia come AB a BC così DE ad EF. Dico che componendole come AC a CB così sta ancora DF ad FE.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Componendo.*

IMPERCIOCCHE' stia come AC à CB, così qualch'altra GF all' FE, che necessariamente GF sarà maggior di FE, essendochè anco AC è maggior di CB.

PERCHE' dunque si dice come AC a CB così stare GF ad FE, dividendole, starà come AB a BC così [d] GE ad EF; ma come AB a BC così sta ancora DE ad EF per la supposizione, adunque GE ad EF starà [e] come DE alla medesima EF, sicchè le GE, DE sono [f] tra loro uguali, onde aggiunta loro di comune la EF ne verrà la GF uguale alla DF, ma come AC a CB, così si pose stare ad GF FE, adunque anco AC a CB sta come DF (che è uguale a GF) ad FE. Sicchè se le grandezze divise sono proporzionali, e composte ancora sono proporzionali. Il che &c.

[d] *Prop.* 13.
[e] 6. *Assioma.*
[f] 7. *Assioma.*

C B A — F E G D

E così vien da me dimostrata la Prop. 18. del V. d'Euclide.

AGGIUN-

AGGIUNTA I.

QUI può dedursi, che quando AB a BC sta come DE ad EF divisamente prese, anco CA ad AB sta come FD a DE.

Scolio del Clavio alla Prop. 18 del V. degli Elementi.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per composizion conversa di proporzione.*

PERCHE' essendo AB a BC come DE ad EF, convertendo [a] anco CB a BA starà come FE ad ED, e componendo [b] CA ad AB starà come FD a DE. Il che &c.

[a] Prop. 11.
[b] Prop. 14.

AGGIUNTA II.

SIMILMENTE si à che quando AB a BC divisamente sta come DE ad EF, ancora AB ad AC sta come DE a DF.

Scolio del Clavio alla Prop. 18. del V degli Elementi.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per composizion contraria di proporzione.*

PERCHE' essendo AB a BC, come DE ad EF, convertendo [c] BC a BA starà come EF ad ED, e componendo [d] CA ad AB starà come FD a DE, e di nuovo convertendo [e] AB ad AC starà come DE ad DF. Il che &c.

[c] Prop. 11.
[d] Prop 14.
[e] Prop. 11.

PROPOS. XV.

Corollar. della Prop. 19. del V. degli Elementi dimostrato col Clavio.

SE quattro grandezze a due a due omogenee son composte proporzionali, e per la conversione della proporzione saranno proporzionali.

SIENO due grandezze composte AB, BC, proporzionali a due altre composte DE, EF. Dico che anco BA ad AC sta come ED a DF.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per conversione della proporzione.*

[a] Prop. 13. [b] Prop. 11. [c] Prop. 14.

PERCHE' essendo per supposizione AB a BC come DE ad EF, dividendo [a] anco AC a CB starà come DF ad FE, e convertendo [b] BC a CA come EF ad FD, e componendo [c] BA ad AC come ED ad DF. Onde quando le grandezze son composte proporzionali, anco *per conversione della proporzione* son fra loro proporzionali. Il che &c.

E così vien dimostrato dal Clavio il Corollario della Prop. 19. del V. d'Euclide.

PROPOS. XVI.

Prop. 19. del V degli Elementi dimostrata con Euclide.

SE nelle grandezze omogenee sarà come tutta a tutta, così la parte levata dall'una alla parte levata dall'altra, la rimanente alla rimanente starà come tutta a tutta, o come la levata alla levata.

SIA tutta la grandezza AB a tutta la CD del medesimo genere, così la parte levata BE alla parte levata DF. Dico che la rimanente AE alla rimanente CF sta pure come tutta la AB a tutta la CD, o come la parte BE alla parte DF.

IMPERCIOCCHE' essendo, per supposizione, com'AB, a CD, così

così B E a D F, sarà permutando [a] A B a B E come C D a D F, e dividendo [b] A E ad E B come C F ad F D, e di nuovo permutando [c] la rimanente A E alla rimanente C F starà come la parte levata E B alla parte levata F D, ovvero come tutta la A B a tutta la C D.

[a] Prop. 12.
[b] Prop. 13.
[c] Prop. 12.

SE dunque starà come tutta a tutta, così la parte levata alla parte levata, anco la rimanente alla rimanente starà come tutta a tutta, o come la parte levata alla levata. Il che si doveva dimostrare.

E quest' è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 19. del V. Libro.

PROPOS. XVII.

SE saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur tra loro omogenee, e le coppie corrispondenti di ciascun' ordine sieno proporzionali, e sia la prima d'un' ordine maggiore della sua terza, sarà anco la prima dell' altr' ordine maggior della sua terza; e se è uguale, uguale; e se è minore, minore.

Prop. 20. del V. degli Elementi dimostrata cō Euclide.

SIENO tre grandezze A, B, C, omogenee d'un'ordine, & altrettante D, E, F, omogenee d'un'altro, e stia come la prima A alla seconda B, così la prima D alla seconda F, e come la seconda B alla terza C, così la seconda E alla terza F, e sia in primo luogo A maggior di C. Dico che ancora D è maggior di F.

IMPERCIOCCHE', essendo la prima A posta maggior della terza C, la proporzione di A a B si dirà [a] maggiore della proporzione di C a B: ma la proporzione di D ad E è data simile a quella di A a B, adunque anco D ad E à [c] maggior proporzione di C a B. E perchè

[a] 4. *Assioma.*
[c] 5. *Assioma.*

[a] Prop. 12.
[b] 5. Assioma.
[c] Prop. 7.

B a C sta come E ad F, e convertendo sta C a B come [a] F ad E, essendo provata la proporzione di D ad E maggior di quella di C a B, sarà la medesima proporzione di D ad E maggior [b] ancora di quella di F ad E; e però sarà [c] la prima D maggior della terza F.

MA se la prima A si porrà uguale alla terza C; Dico pure che la prima D è uguale alla terza F.

[d] 3. Assioma.
[e] 5. Assioma.

PERCHE', essendo A uguale a C, la proporzione di A a B sarà [d] come quella di C a B, ma come A a B così D ad E, per supposizione, dunque anco D ad E sta [e] come C a B. E perchè come B a C, così fu data E ad F, e convertendo sta [f] come C a B, così F ad E, starà ancora D ad E come [g] F ad E, e però anco D sarà uguale ad F.

[f] Prop. 11.
[g] 5. Assioma.

A B C
D E F

SE finalmente la prima A si porrà minor della sua terza C. Dico che anco la prima D è minor della sua terza F.

[h] Prop. 11.

IMPERCIOCCHE' essendo dato B a C come E ad F, & A a B come D ad E, e convertendole [h] ancora C a B starà come F ad E, e B ad A come E a D; ma perche A si pone minor di C, sarà C maggior di A: onde per la prima parte di questa dimostrazione essendo la prima C maggior della terza A, sarà ancora la prima F maggior della terza D; cioè convertendo essendo A minor di C sarà anco D minor di F. Il che &c.

E questa è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 20. del V. Lib.

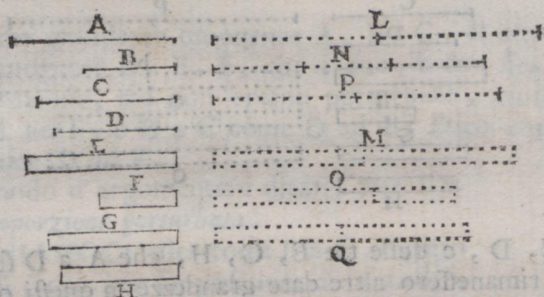
PROPOS. XVIII.

Prop 22 del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SE saranno quante si vogliano grandezze omogenee, ed altrettante pur omogenee, e le coppie ordinatamente corrispondenti di ciascun' ordine sieno tra loro nella medesima proporzione, ancora per l'egualità ordinata *saranno proporzionali. Cioè la prima del prim' ordine all'ultima starà come la prima del secondo all'ultima.*

DI

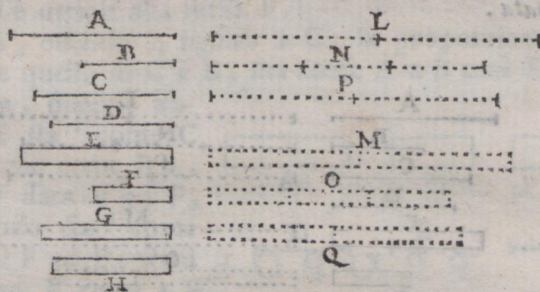
DI due ordini dati d'ugual numero di grandezze omogenee sia l'uno A, B, C, D, e l'altro E, F, G, H, e sia la coppia A, B, proporzionale alla E, F; la B, C, alla F, G; e la C, D, alla G, H. Dico, che la prima grandezza A all'ultima D sta come la prima E all'ultima H.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per l'egualità in proporzione ordinata.*

SI considerino prima le tre prime grandezze A, B, C, del primo ordine, e le tre prime E, F, G, del secondo: e delle due omologhe A, E, s'intendano prese qualunque ugualmente multiplici L, M; siccome dell'omologhe B, F, qualunque egualmente multiplici N, O; & anco delle C, G, quali si sieno ugualmente multiplici P, Q.

E perchè la grandezza A alla B si pone stare come E ad F, e delle A, E, sono egualmente multiplici le L, M, e delle B, F egualmente multiplici le N, O, starà [a] ancora L ad N come M ad O. E per la medesima ragione N a P starà come O a Q. Sono dunque tre grandezze L, N, P, d'un'ordine, e tre M, O, Q, d'un'altro, & a coppia a coppia si son provate proporzionali, però se la prima L supera la terza P, anco la quarta M supererà [b] la sesta Q, e se sarà uguale, uguale, e se minore, minore; ma le L, M, son prese egualmente multiplici delle A, E, come prima, e terza; e le P, Q delle C, G, come seconda, e quarta; e s'è ora provato che la multiplice L della prima s'accorda con la multiplice P della seconda come la M della terza con la Q della quarta in avanzare, o in mancare, o in pareggiarsi: adunque starà la prima alla seconda, come [c] la terza alla quarta, cioè la A alla C come la E alla G.

[a] *Prop.* 1.
[b] *Prop.* 17.
[c] *Prop* 4.

CONSI-

CONSIDERANDO poi le tre A, C, D, e le tre E, G, H. Essendosi ora provato che A a C sta come E a G, e stando, per supposizione, C a D come G ad H; nel modo che s'è dimostrato delle tre A, B, C, e delle tre E, F, G, che la prima all'ultima sta come la prima all'ultima, nel medesimo si proverà delle

tre A, C, D, e delle tre E, G, H, che A a D sta come E ad H. E se rimanessero altre date grandezze in questi ordini, si continuerebbe la dimostrazione nel modo stesso. E però quando in due ordini d'ugual numero di grandezze omogenee le coppie corrispondenti sono proporzionali, la prima grandezza all'ultima del prim' ordine sta *per l'ugualità in proporzione ordinata* come la prima all'ultima del secondo ordine. Il che si doveva, &c.

E quest'è la dimostrazione d'Euclide della Prop. 22. del V. Libro

Aggiunta da me.

ALTRIMENTI

Senza l'ugualmente multiplici.

a Prop 14. *b 5. Assioma.*

DATE le medesime cose. La proporzione della prima A all'ultima D è [a] *composta di tutte le proporzioni di mezzo di A a B di B a C, di C a D. Similmente la proporzione della prima E all' ultima H è composta di tutte le proporzioni di mezzo tra E, & F, tra F, e G, e tra G, & H, ma nel prim' ordine le proporzioni componenti son le medesime, cioè simili alle proporzioni componenti nel secondo, ciascuna a ciascuna ordinatamente, adunque anco le proporzioni composte di esse saranno* [b] *simili fra di loro, cioè la prima A all' ultima D starà come la prima E all' ultima H.*

PROPOS.

PROPOS. XIX.

SE saranno tre grandezze tra loro omogenee, & altrettante pur tra loro omogenee, e le coppie di ciascun' ordine sieno proporzionali, ma prese con ordine perturbato: ancora per l'ugualità perturbata *saranno proporzionali.*

Prop. 23. del V. degli Elem. dimostrata senza le multiplici, e senza la prop 21. d'Euclide secondo la prop. 11. del Trattato delle proporzioni del Torricelli.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altrettante tra loro omogenee D, E, F, che a due, a due sien nella medesima proporzione, ma con ordine perturbato, cioè A a B stia come E ad F, e B a C come D ad E; Dico che ancora A a C sta come D ad F.

E questo modo d'argomentare dicasi. *Per l'ugualità in proporzione perturbata.*

IMMAGINIAMOCI esser come B a C, ovvero come D ad E (che per supposizione à la medesima proporzione di B a C) così * F ad un'altra grandezza I.

** Per la domanda di questo.*

A B C

SARANNO dunque le quattro grandezze D, E, F, I, proporzionali.

E perchè sta come A a B, così E ad F, per supposizione, e come B a C, così F ad I, per construzione, sarà per l'ugualità [b] in proporzione ordinata, A a C, come E, ad I. Ma per esser le D, E, e le F, I quattro grandezze proporzionali, starà permutando [c] D ad F come E ad I; ma ancora A a C s'è provato stare come E ad I, adunque la proporzione di A a C è la medesima [d] che di D ad F, convenendo l'una, e l'altra con la proporzione di E ad I. E però se saranno tre grandezze omogenee, & altrettante, &c. Il che si doveva dimostrare.

D E F I

b Prop. 18.

c Prop. 12.

d 6. Assioma.

E così dal Torricelli vien dimostrata la Prop. 23. del V. d'Euclide.

ALTRIMENTI senza la construzione.

Aggiunta da me.

LA proporzione di A a C si compone [e] della proporzione di A a B, ovvero di E ad F, e di B a C, ovvero di D ad E; ma

e Prop. 14.

*ma anco la proporzione di D ad F si compone delle medesime proporzioni di E ad F, e di D ad E, adunque la proporzione di A a C è * simile alla proporzione di D ad F, essendo l'una, e l'altra composta delle medesime proporzioni.*

* Assioma. 9.

COROLLARIO.

DALL' essersi dimostrato che A a C sta come D ad F, si deduce che se saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur omogenee, che a due a due sien proporzionali con proporzione perturbata, e che, per l'ugualità, sia la prima maggior della terza nel suo ordine, anco la quarta sarà maggior della sesta nel suo; e se uguale, uguale; e se minore, minore. Poichè proprietà delle proporzionali è, frà l'altre, di accordarsi fra loro i termini omologhi ad esser uguali, o maggiori, o minori.

Propos. 21 del V. degli Elementi dedotta da me come Coroll.

E così vien provata da me la Prop. 21. del V. d' Euclide.

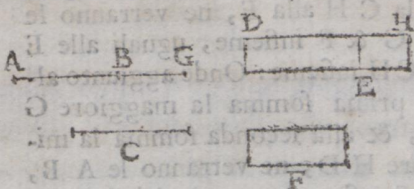
PROPOS. XX.

SE in due ordini omogenei di grandezze, la prima alla seconda nel prim' ordine avrà la medesima proporzione che la terza alla quarta nel secondo, e la quinta alla seconda nel primo la medesima, che la sesta alla quarta nel secondo, ancora 'l composto della prima, e quinta alla seconda del primo avrà la medesima proporzione, che 'l composto della terza, e sesta alla quarta del secondo.

Prop. 24 del V. degli Elementi dimostrata con Euclide.

SIA nel prim' ordine di grandezze omogenee la prima A B alla seconda C come nel secondo di omogenee la terza C E alla quarta F, e la quinta B G alla seconda C, come la sesta E H alla quarta F. Dico che 'l composto della prima, e quinta A B, B C alla seconda C sta come 'l composto della terza, e sesta D E, E H alla quarta F.

IMPER-

IMPERCIOCCHE' essendo B G, a C come E H ad F, sarà convertendo [a] C a B G come F ad E H. E perchè A B a C sta come DE ad F, per la supposizione, e C a BG sta come F ad EH, per il dimostrato, sarà per l' ugualità [b] in proporzione ordinata A B a B G come D E ad E H, e componendo [c] A G a G B come D H ad H E, e sta G B a C come H E ad F, per la supposizione; adunque di nuovo per l'ugualità [d] A G a C starà come D H ad F. Se dunque la prima alla seconda à la medesima proporzione, &c. Il che si doveva dimostrare.

[a] Prop. 11.

[b] Prop. 18.

[c] Prop. 14.

[d] Prop. 18.

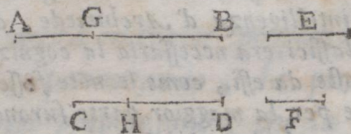
E quest' è la dimostrazione d' Euclide della Prop. 24. del V. Libro.

PROPOS. XXI.

Prop 25 del V. degli Elemen. dimostrata con Euclide.

SE quattro grandezze omogenee son proporzionali, la massima, e la minima di esse prese insieme, son maggiori delle due rimanenti insieme.

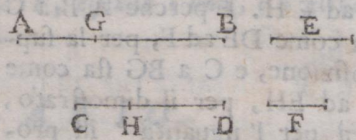
SIENO le quattro grandezze omogenee A B, C D, E, F, e stia come A B a C D, così E ad F, e sia la A B la massima tra esse, & F la minima. Dico che la somma delle A B, F, è maggior della somma delle C D, E.

TAGLISI dalla A B la grandezza A G uguale ad E, e dalla C D la C H uguale ad F.

SARA' dunque la A G alla C H come E ad F, ovvero come A B a C D, per la supposizione. Perche dunque tutta la A B, a tutta la C D sta come la parte levata A G, alla levata C H, sarà ancora [e] tutta la A B a tutta la C D come la rimanente G B alla rimanente H D. Ma tutta la A B è maggior di tutta la C D (per essersi posta A B la massima) adunque la rimanente G B sarà maggior della rimanente H D. E perchè A G, & E sono uguali,

[e] Prop. 16.

guali, aggiungendo loro le uguali F, C H, cioè la F alla A G, e la C H alla E, ne verranno le A G & F insieme, uguali alle E e C H insieme: Onde aggiunto alla prima somma la maggiore G B, & alla seconda somma la minore H D, ne verranno le A B, & F insieme, maggiori delle C D, & E insieme, cioè la massima con la minima maggiore delle due rimanenti insieme. Se dunque saranno quattro grandezze proporzionali, &c. Il che si doveva dimostrare.

A G B E

C H D F

E quest' è la dimostrazione d' Euclide della Prop. 25. del V. Libro.

IL FINE
Degli Elementi d'Euclide della Scienza Vniversale delle Proporzioni.

AVVERTIMENTO.

FIN quì si son posti tutti i Teoremi del V. Libro datici da Euclide, eccettuatine il terzo, il quinto, e 'l sesto intorno alle ugualmente multiplici, i quali, per esser Lemmi d' altri quì diversamente provati, e non aver uso altrove, ci è parso ben di tralasciare come inutili. Ma perchè alcuni degl' Interpreti d'Euclide conobbero che per l' intelligenza d' Archimede, d' Apollonio, e d' altri gravi Autori Classici era necessaria la cognizione ancora d' altre Proposizioni supposte da essi, come se note fossero per mezzo degli Elementi, e queste per la maggior parte furono poi dimostrate da Pappo Alessandrino, ed altre dal Campano; perciò i medesimi Interpetri le aggregarono al numero di quelle del V. Libro. Di quì è che noi ancora (affinchè per la Scienza più Elementare delle Proporzioni non s' abbia da ricorrere ad altro Autore) non mancheremo di aggiungnerle, dimostrandole come fanno essi Pappo, e Campano, ma con l'ordine tenuto dal Padre Clavio, diligentissimo, e dottissimo Comentatore di tutti gli Elementi d' Euclide.

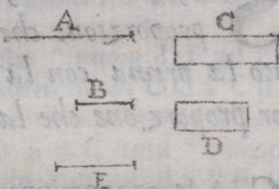
PROPOS.

PROPOS. XXII.

SE la prima alla seconda averà maggior proporzione che la terza alla quarta, convertendo, la seconda alla prima averà minor proporzione che la quarta alla terza.

Prop. 7. del 7. di Pappo.

ABBIA la grandezza A alla B maggior proporzione della C alla D. Dico che convertendo la B alla A à minor proporzione che la D alla C.

INTENDASI che altra grandezza E alla B stia [a] come la C alla D: sarà dunque la proporzione di A a B maggior ancora della proporzione di E a B. E però sarà [b] la A maggiore di E. Onde B ad A avrà minor [c] proporzione di B ad E. Ma come B ad E, così sta convertendo D a C (perche come C a D, così sta per construzione E a B) adunque ancor la proporzione di B ad A è [d] minore che la proporzione di D a C. E però quando la prima alla seconda &c. Il che si doveva dimostrare.

[a] Per la domãda di questo Trattato.

[b] Prop. 7. Prop. 6.

[d] 5. Assioma.

PROPOS. XXIII.

Prop. 9 del 7. di Pappo.

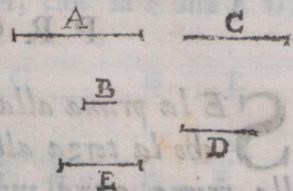
SE la prima alla seconda averà maggior proporzione che la terza alla quarta, permutando, la prima ancora alla terza averà maggior proporzione, che la seconda alla quarta.

ABBIA, nella figura seguente, A a B maggior proporzione, che C a D. Dico che permutando ancora A a C à maggior proporzione di B a D.

IMPERCIOCCHE' s'intenda ch'un'altra E a B stia [e] come C a D. Sarà dunque la proporzione di A a B maggiore ancora

[e] Per la domãda di questo Trattato.

ancora della proporzione di E a B, e però sarà A maggior [a] di E, & A a C avrà maggior [b] proporzione che E a C. E perche sta permutando E a C come B a D (essendosi posto che E a B stia come C a D) sarà dunque ancora la proporzione di A a C maggior [c] che di B a D. Il che &c.

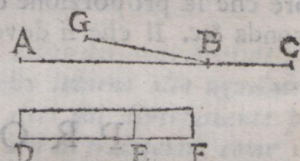
[a] Prop. 7.
[b] 4. Assioma
[c] 5. Assioma

PROPOS. XXIV.

Prop. 3 del 7. di Pappo

SE, dividendo, la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, e componendo, anco la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta.

SIA la proporzione di AB a BC maggior della proporzione di DE ad EF. Dico che componendo anco la proporzione di AC a CB è maggior della proporzione di DF ad FE.

INTENDASI che un'altra GB alla BC stia [d] come DE ad EF. Sarà dunque la proporzione di AB a BC maggiore similmente [e] della proporzione di GB a BC, e però [f] sarà AB maggiore di GB; sicchè aggiunta a queste la comune BC, ne verrà AC maggior di GC: onde AC a CB avrà maggior [g] proporzione che GC alla medesima CB: ma componendo GC a CB sta come DF ad FE, perche si pose dividendo GB a BC come DE ad EF; adunque anco la proporzione di AC a CB sarà [h] maggiore della proporzione di DF ad FE. E però se dividendo la prima alla seconda avrà maggior proporzione che la terza alla quarta, e componendo &c. Il che si propose di dimostrare.

[d] Per la domãda di questo Trattato
[e] 5. Assioma
[f] Prop. 7.
[g] 4. Assioma
[h] 5 Assioma.

PROPOS. XXV.

SE, componendo, la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta, e dividendo, avrà ancora la prima alla seconda maggior proporzione che la terza alla quarta.

Prop aggiūta, e dimostrata dal Comandino dopo la Prop. 5. del 7. di Pap.

ABBIA, nella passata figura, AC a CB maggior proporzione di DF ad FE. Dico che ancora dividendo AB a BC à maggior proporzione di DE ad EF.

INTENDASI che altra GC a CB stia [a] come DF ad FE: ancora AC a CB avrà [b] maggior proporzione di GC a CB; e però sarà AC maggior [c] di GC, e toltane di comune la BC, resterà la AB maggior di GB, e però AB a BC avrà [d] maggior proporzione che GB a BC: ma dividendo come GB a BC così DE ad EF (perche si pose GC, a CB come DF ad FE) adunque anco la proporzione di AB a BC è maggior [e] della proporzione di DE ad EF. E però se componendo la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta, e ancora dividendo &c.. Il che fu proposto di dimostrare.

[a] *Domāda di questo Trat.*
[b] *5. Assioma.*
[c] *Prop 7.*
[d] *4. Assioma.*
[e] *5. Assioma.*

PROPOS. XXVI.

SE, componendo, la prima con la seconda alla seconda avrà maggior proporzione che la terza con la quarta alla quarta. Per la conversion della proporzione, la prima con la seconda alla prima, avrà minor proporzione che la terza con la quarta alla terza.

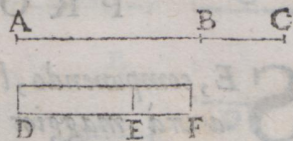
Prop. 6. del 7. di Pappo.

SIA la proporzione di AC a CB maggior della proporzione di DF ad FE. Dico che per la conversion della proporzione CA ad AB à minor proporzione che FD a DE.

PER-

PERCHE' avendo A C a C B minor proporzione di D F ad F E, e dividendo A B a B C avrà [a] maggior proporzione di D E ad E F, e però convertendo C B a B A avrà minor [b] proporzione di F E ad ED: perlochè, e componendo C A ad A B avrà minor [c] proporzione che F D ad D E. Il che &c.

[a] Prop 25.
[b] Prop 22.
[c] Prop. 24.

A B C
D E F

PROPOS. XXVII.

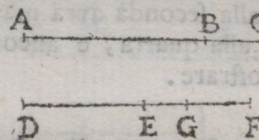
Prop. 8. del 7. di Pappo.

SE la prima alla terza à maggior proporzione che la seconda alla quarta, avrà ancora la prima alla terza maggior proporzione che la prima con la seconda alla terza con la quarta.

ABBIA A B a D E maggior proporzione che B C ad E F. Dico che ancora A B a D E à maggior proporzione che A C a D F.

SIA come A B a D E così [d] B C ad un'altra E G. E perchè s'è posto A B a D E aver maggior proporzione di B C ad E F, anco B C ad E G (che sta come A B ad D E) avrà * maggior proporzione che la medesima B C all' E F. Onde E G sarà minore [e] di E F. Perchè dunque A B a D E sta come B C ad E G, starà A C a D G come [f] A B a D E. Ma A C à maggior [g] proporzione a D G che a D F (perche D G è minore di D F) adunque anco A B a D E l'avrà maggior [h] che A C a D F. Il che &c.

[d] Domanda di questo.
* 5. Assioma.
[e] Prop. 7.
[f] Prop 8.
[g] Prop 6.
[h] 5. Assioma.

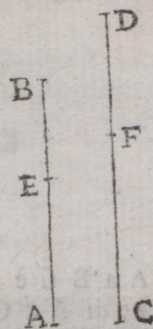
A B C
D E G F

PROPOS. XXVIII.

Prop. 9. del 7. di Pappo.

SE tutta a tutta à maggior proporzione che la parte levata alla parte levata, e la rimanente alla rimanente avrà maggior proporzione che tutta a tutta.

SIA la proporzione di tutta la A B a tutta la C D maggiore della proporzione della parte levata A E alla parte levata C F. Dico che anco la proporzione della rimanente E B alla rimanente F D è maggior della proporzione di tutta la A B a tutta la C D.

ESSENDO la proporzione di A B a C D maggior che di A E a C F, sarà ancora permutando la proporzione di A B ad A E maggior [a] che di C D a C F: e per la conversion della proporzione A B a B E avrà minor [b] proporzione che C D a D F; e permutando A B a C D avrà similmente minor [c] proporzione che E B ad F D; cioè la rimanente E B alla rimanente F D avrà maggior proporzione che tutta la A B a tutta la C D. Il che, &c.

D B F E A C

[a] Prop. 23.

[b] Prop. 26.

[c] Prop. 23.

PROPOS. XXIX.

SE saranno tre grandezze omogenee, & altrettante pur omogenee, e la proporzion della prima delle prime alla seconda sia maggior della proporzione della prima delle seconde alla seconda, e la proporzion della seconda delle prime alla terza sia pur maggiore della proporzion della seconda delle seconde alla terza: ancora per l'ugualità in tal proporzione ordinata avrà la prima delle prime alla terza maggior proporzione, che la prima delle seconde alla terza.

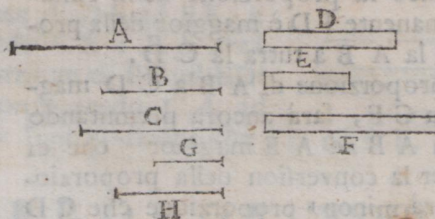
Propos. 31 del V. tra le aggiunte dal Cãpano nella sua traduzione d'Euclide.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altrettante omogenee D, E, F, e la proporzione di A a B sia maggior della proporzione di D ad E; siccome la proporzione di B a C sia maggior della proporzione di E ad F. Dico che per l'ugualità ancora A a C à maggior proporzione di D ad F.

INTENDASI che G a C stia come * E ad F. Sarà dunque la proporzione di B a C, che era maggiore che di E ad F, maggiore

* Per la domãda di questo.

re [a] ancora che di G a C. Onde B sarà maggior [b] di G, e però A a G avrà maggior [c] proporzione che a B: ma la proporzione

*5. Assioma.
b Prop 7.
c 4. Assioma.

di A a B si è posta maggior che di D ad E, adunque la proporzione di A a G tanto più sarà [d] maggiore che quella di D ad E.

INTENDASI di nuovo che H a G stia come * D ad E. Avrà per tanto A a G maggior [e] proporzione che H a G, e però sarà [f] A maggior di H; sicchè A a C avrà maggior [g] proporzione che H alla stessa C, ma come H a C così è per l'ugualità [h] D ad F (perche si fece D ad E come H a G, & E ad F come G a C) adunque anco A a C l'avrà * maggiore che D ad F. Il che, &c.

d 8. Assioma.
*Per la domãda di questo
e 5. Assioma.
f Prop. 7.
g 4. Assioma.
h Prop. 18.
*5. Assioma.

PROPOS. XXX.

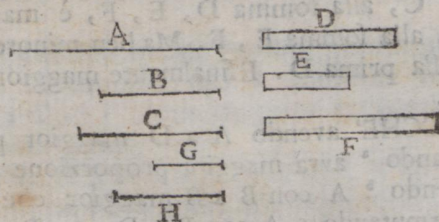
Prop. 32. del V. tra le aggiunte dal Campano nella sua traduzione d'Euclide.

SE saranno tre grandezze omogenee, ed altrettante pur omogenee, e la prima alla seconda nel primo ordine abbia maggior proporzione che la seconda alla terza nel secondo, e la seconda alla terza nel primo abbia maggior proporzione che la prima alla seconda nel secondo, ancora per l'ugualità in tal proporzione perturbata avrà la prima alla terza nel prim' ordine maggior proporzione che la prima alla terza nel secondo.

SIENO tre grandezze omogenee A, B, C, & altre pur omogenee, D, E, F; E nel prim' ordine abbia A a B maggior proporzione di E ad F nel secondo; e B a C nel primo abbia maggior proporzione che D ad E nel secondo. Dico che anco per l'ugualità A a C nel primo à maggior proporzione che D ad F nel secondo.

INTEN-

INTENDASI che G a C stia come * D ad E, sarà dunque la proporzione di B a C, che è data maggiore della proporzione di D ad E, maggior [a] ancora della proporzione di G a C: onde B sarà maggior [b] di G; e però A a G avrà maggior [c] pro-

porzione che la medesima A a B, ma la proporzione di A a B è posta maggiore che di E ad F, adunque la proporzione di A a G è molto maggior [d] che di E ad F.

INTENDASI in oltre che H a G stia come * E ad F. Sarà dunque la proporzione di A a G, maggior [e] che di H alla medesima G. Onde A sarà maggiore [f] di H, e però A a C avrà maggior [g] proporzione che H alla medesima C, ma come H a C, così sta per l'ugnalità [h] D ad F (perchè si fece D ad E come G a C, & E ad F come H a G) adunque anco la proporzione di A a C è maggiore [a] che quella di D ad F. Il che, &c.

* Domanda di questo.
[a] 5. Assioma.
[b] Prop 7.
[c] 4. Assioma.
[d] Assioma.
* Domanda di questo.
[e] 5 Assioma.
[f] Prop 7.
[g] 4. Assioma.
[h] Prop. 19.
[a] 5. Assioma.

PROPOS. XXXI.

SE saranno due ordini d'egual numero di grandezze, e tutte omogenee, e la prima del primo ordine alla prima del secondo abbia maggior proporzione della seconda del primo alla seconda del secondo, e questa proporzione sia maggior della proporzione della terza del primo alla terza del secondo, e così sempre finchè vi sieno grandezze; tutte insieme l'antecedenti a tutte insieme le conseguenti avranno maggior proporzione di tutte l'antecedenti senza la prima, a tutte le conseguenti senza la prima; ma però minor proporzione che la prima alla prima, e maggior che l'ultima all'ultima.

Prop. 34. del V. aggiunta dal Campano nella sua traduzione d'Euclide, e dimostrata col Padre Clavio.

SIENO prima nel primo ordine tre grandezze A, B, C, e nel secondo altrettante D, E, F, e tutte omogenee, e la proporzione di A a D sia maggior della proporzione di B ad E, e questa maggiore che di C ad F. Dico che la proporzione della somma A, B, C, alla somma D, E, F, è maggiore che della somma B, C, alla somma E, F. Ma ben minore che della prima grandezza A alla prima D. E finalmente maggiore che dell'ultima C all'ultima F.

IMPERCIOCCHE' avendo A a D maggior proporzione di B ad E, permutando [a] avrà maggior proporzione A a B che D ad E, e componendo [b] A con B a B maggior che D con E ad E, e di nuovo permutando [c] A con B a D con E maggior proporzione che B ad E. Perche dunque tutta la A, B, a tutta la D, E, à maggior proporzione che la parte B alla parte E, avrà ancora la rimanente A alla rimanente D maggior [d] proporzione di tutta la A, B, a tutta la D, E. Nello stesso modo appunto si

[a] Prop. 23. [b] Prop. 24. [c] Prop 23. [d] Prop. 28.

A D B E C F G H

proverà che la sola B alla sola E à maggior proporzione delle due, B, C, insieme, alle due insieme E, F, adunque la sola prima A alla sola prima D avrà molto [e] maggior proporzione che la somma B, C alla E, F, e permutando, avrà maggior [f] proporzione A a B, C, che D ad E, F, e componendo, maggior [g] proporzione la somma A, B, C, alle B, C, che la somma D, E, F, alle E, F, e finalmente permutando, maggior [h] proporzione avrà la somma A, B, C, alla somma D, E, F, della somma B, C, alla somma E, F. Il che in primo luogo si doveva dimostrare.

[e] Assioma 8. [f] Prop. 23. [g] Prop. 24. [h] Prop. 23.

AVENDO per tanto tutta la A, B, C, a tutta la D, E, F, maggior proporzione della parte levata B, C, alla levata E, F, avrà la rimanente A alla rimanente D maggior * proporzione che tutta l'A, B, C, a tutta la D, E, F, che è la seconda proposta.

* Prop. 28.

E perchè B ad E à maggior proporzione che C ad F, e permutando, B a C l'avrà maggiore [a] di E ad F, e componendo, la B, C, a C maggiore [b] che la E, F ad F, e di nuovo permutando,

[a] Prop 23. [b] Prop. 24.

de, la B, C, alla E, F, maggiore * che la C alla F: ma la proporzione di A, B, C, alla D, E, F, si è provata maggiore che di B, C, ad E, F, adunque sarà molto [b] maggiore la proporzione di A, B, C, a D, E, F, che di C ad F; Il che era l'ultimo da provarsi.

* Prop. 23.
[b] Assioma. 8.

SIENO ora in ciascuno ordine quattro grandezze A, B, C, G, e D, E, F, H, e sieno date con la medesima condizione delle tre, sicchè ancora C ad F abbia maggior proporzione di G ad H. Dico pure seguirne le stesse cose.

PERCHE', come si provò nelle tre, avrà B ad E maggior proporzione della somma B, C, G, alla somma E, F, H, e però molto [c] maggiore A, a D, che B, C, G, ad E, F, H; e permutando, maggior [d] proporzione A, a B, C, G, che D ad E, F, H, e componendo, maggiore [e] A, B, C, G, a B, C, G che D, E, F, H, ad E, F, H; e permutando, maggior [f] proporzione A, B, C, G, a D, E, F, H, che B, C, G, ad E, F, H.

[c] Assioma 8.
[d] Prop. 23.
[e] Prop. 24.
[f] Prop. 23.

ESSENDO dunque la proporzione di tutta A, B, C, G, a tutta D, E, F, H, maggior della levata B, C, G, alla levata E, F, H, e la rimanente A alla rimanente D avrà maggior [g] proporzione che tutta A, B, C, G, a tutta D, E, F, H.

[g] Prop. 28.

E finalmente, come si dimostrò nelle tre, à maggior proporzione la somma B, C, G, alla E, F, H, di G ad H, & è la proporzione di A, B, C, G, a D, E, F, H, maggiore che di B, C, G ad E, F, H, come si provò poco sopra; adunque la somma A, B, C, G, alla somma D, E, F, H, à molto maggior [h] proporzione che l'ultima G all'ultima H. Il che &c.

[h] Assioma 8.

CON simile artifizio si concluderà seguirne le stesse cose in cinque grandezze per mezzo delle prime quattro, & in sei per mezzo delle prime cinque, com'appunto s'è provato in quattro per via delle prime tre. E però è manifesto tutto ciò che si propose di dimostrare.

IL FINE

Dell'Aggiunta a gli Elementi d'Euclide della Scienza Vniversale delle Proporzioni.

Tanto basta intorno alla parte più elementare delle Proporzioni. Ma considerando io, che dall'aver poste nelle Prop. di num. 1.3.4. e 5. le dimostrazioni del Galileo delle Difinizioni quinta, e settima del V. Libro d'Euclide insieme con quelle de' lor conversi, e dalle quali io presi occasione di dar nuova forma al presente Trattato, potrebbe eccitarsi in alcuni il desiderio di vederle anco in fonte nella maniera stessa in che furono da esso portate in Dialogo nel citato manoscritto, ò risoluto (con permissione dell' Alt. Reverendissima del Serenissimo Signor PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI dalla di cui graziosa benignità, com'io dissi, ne fui già fatto degno) di stamparlo così tronco, e imperfetto com'io l'ottenni, e quale e' rimase, quando sopraggiunto il Galileo da malattia, che fu l'ultima, l'andava egli dettando a Evangelista Torricelli in quel tempo, nel quale ci trovammo insieme, in Arcetri, Ospiti del medesimo Galileo. Ben'è vero, che parendo ancora convenevole il darlo fuori tal quale poi lo lasciò alla sua morte lo stesso Torricelli, e sapendo io tutti gli scritti matematici di esso non pubblicati, esser appresso il Sig. Dottor Lodovico Serenai mio parzialissimo, & amorevolissimo Amico (di cui, per dare in breve soprabbondante contezza del merito, dottrina, fede, e candidezza d'animo incomparabile, basti sapere che egli si meritò sopra gli altri l'amore, e la confidenza massima d'un Torricelli) ò proccurato di riscontrare tal mia copia con la bozza originale di quella che è nelle mani del predetto Sig. Serenai, & avendola ritrovata verso il fine con qual cosa di più, aggiuntavi, com'io credo, dallo stesso Torricelli, non ò voluto mancare di unirla à questa quinta Giornata, come si vedrà in carattere corsivo, e quale, dopo un diligente riscontro del rimanente, mi à dettata il medesimo Sig. Lodovico. Potrà per tanto assicurarsi il Lettore d'aver quì ora quanto fu scritto dal Galileo per chiarezza di quelle due difinizioni, e potrà insieme godere della di lui maravigliosa evidenza, e natural felicità nello spiegare materie simili scientifiche, per lo cui mezzo, & in questa, e nell'altre famose opere sue, egli à nobilmente onorato, e arricchito la Toscana favella, non men di quello che egli abbia mirabilmente illustrato, e promosso le matematiche Discipline, e con le molte sue evidentissime dimostrazioni remote dalle comuni delle Scuole, posto in libertà l'innocente Filosofia, che quivi per tanti Secoli fu tenuta miseramente soggetta ad un solo uomo, il quale non è da creder si presumesse che altri, senza l'armi della Geometria, e dell'Esperienza, giunger potesse mai ad arrestarla, non che a vincerla, e soggiogarla.

PRINCI-

PRINCIPIO
DELLA QVINTA GIORNATA
DEL GALILEO

Da aggiugnersi all'altre quattro de' Discorsi, e Dimostrazioni Matematiche intorno alle due nuove Scienze appartenenti alla Meccanica, & a' Movimenti locali.

INTERLOCVTORI.

Sal-viati, Sagredo, e Simplicio.

Salv. GRANDISSIMA è la consolazione, ch'io sento nel vedere, dopo l'interposizione di qualch'anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita Adunanza. So che l'ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non sa stare in ozio, però mi persuado che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell'ultima Giornata de' nostri passati colloqui. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S. & anco del nostro Sig. Simplicio, ò sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore già lette da noi. Così daremo principio a gli usati discorsi per passar questa Giornata nell'occupazione di virtuoso trattenimento.

Sagr. Non nego a V.S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia varj pensieri sopra le novità dimostrate da quel buon Vecchio, intorno alla sua Scienza del moto sottoposta, e ridotta da lui alle dimostrazioni della Geometria. Et ora, poichè ella così comanda, proccurerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficare il mio 'ntelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per cominciar dunque per ordine dal principio del Trattato de' moti proporrò a V. Sig. uno ſcrupolo mio antico rinnovatomi nel conſiderare la dimoſtrazione, che l'Autore apporta nella ſua prima propoſizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi, e moderni Scrittori) per via degli ugualmente multiplici. Queſta è una certa ambiguità, che io ò ſempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono ſeſta difinizione del quinto Libro d'Euclide. Stimo mia ſomma proſperità d'aver potuto incontrare occaſione di conferir queſto dubbio con V. Sig. del quale ſpero dover reſtar totalmente liberato,

Simpl. Anzi che io ancora riconoſcerò queſto nuovo abboccamento con le SS. VV. per benefizio ſingolare della fortuna, ſe mi ſuccederà di poter ricever qualche luce intorno a queſto punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro oſtacolo di queſto in quella poca di Geometria, che io ſtudiai già nelle Scuole da Giouanetto. Però ella s'immagini quanto ſia per dovermi eſſer caro, ſe dopo tanto tempo ſentirò intorno a queſto particolare qualche coſa di mia ſoddisfazione.

Sagr. Dico dunque, che avendo ſentito nel dimoſtrar la prima propoſizione dell'Autore intorno al moto equabile adoprarſi gli ugualmente multiplici conforme alla quinta, ovvero ſeſta difinizione del V. Libro d'Euclide, & avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a queſta difinizione, non reſtai con quella chiarezza, che io avrei deſiderato nella predetta propoſizione. Ora mi ſarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza reſtar capace delle coſe, che ſeguono intorno alla dottrina del moto.

Salv. Proccurerò di ſoddisfare al deſiderio di V.S. con addomeſticare in qualche altra maniera quella difinizione d'Euclide, e ſpianar la ſtrada per quanto mi ſarà poſſibile all'introduzione delle proporzionalità. In tanto ſappia pure di aver avuto per compagni in queſta ambiguità Vomini di gran valore, i quali per lungo tempo ſono ſtati con la medeſima poca ſoddisfazione, con la quale V. S. mi dice di ritrovarſi fino a queſto giorno.

Quando, e cō qual occaſione ſovveniſſero al Galileo queſte ſpeculazioni.

Io poi confeſſo, che per qualche anno dopo aver iſtudiato il V. Libro d'Euclide, reſtai involto con la mente nella ſteſſa caligine. Superai finalmente la difficultà, quando nello ſtudiare le maravglioſe Spirali d'Archimede, incontrai nel bel principio del Libro una dimoſtrazione ſimile alla predetta del noſtro Autore.

Quell-

Quell'occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine, ed acquistare per me, ed anco per altri qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l'animo con qualche attenzione a questo proposito, & esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell'opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Supposizione.

Suppongasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difinì) che le grandezze proporzionali si trovino. Cioè che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto, o quella relazione di quantità, che à la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi che per dare una difinizione delle suddette grandezze proporzionali, la quale produca nell'animo del Lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte, e quella per appunto, che si stimi la più intelligibile anco dal Volgo non introdotto nelle Matematiche. Così fece Euclide stesso in molt'altri luoghi. Sovvengavi, che egli non disse, il Cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell'una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell'altra: ovvero dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quand'anche così avesse detto sarebbero state buone difinizioni. Ma mentre egli sapeva un'altra passione del Cerchio più intelligibile della precedente, e più facile da formarsene concetto, chi non s'accorge che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara, e più evidente come difinizione, per cavar poi da essa quell'altre più recondite, e dimostrarle come conclusioni?

Sagr. Per certo che così è, & io credo che rari saranno gl'ingegni, i quali totalmente s'acquetino a questa difinizione, se io con Euclide dirò così.

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multiplici, della prima, e della terza, presi secondo qualunque multiplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare, o pareggiare gli ugualmunte multiplici della seconda, e della quarta.

E chi è quello d'ingegno tanto felice, il quale abbia certezza, che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali gli ugualmente multiplici s'accordino sempre? Ovvero chi sa, che quegli ugualmente multiplici, non s'accordino sempre anco quando

do le grandezze non fieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti difinizioni aveva detto.

La proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto, o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantità.

Ora avendo il Lettore concepito già nell'intelletto, che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa che egli possa intendere, che quel rispetto, o relazione che è fra la prima, e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto, o relazione, che si trova fra la terza, e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multiplici della prima, e della terza s'accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta nell'esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Comunque ciò sia, parmi questo d'Euclide più tosto un Teorema da dimostrarsi, che una difinizione da premettersi. Però avend' io 'ncontrato tanti ingegni, i quali anno arrenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare con la difinizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella Geometria, e procederò in questo modo.

Difinizione delle grandezze proporzionali tra loro commensurabili.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione, che à la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda, e la terza ancora sarà eguale alla quarta. Ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Trovera dubbio alcuno il Signor Simplicio nell'intender questo?

Simpl. Certo che nò.

Salv. Ma perche non sempre accaderà, che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualità, ovvero multiplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Signor Simplicio. Intendete voi che le quattro grandezze allora fieno proporzionali quando la prima contenga per esempio tre volte, e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte, e mezzo la quarta?

Simpl. Intendo benissimo fin quì, ed ammetto che le quattro grandezze fieno proporzionali, non solo nel caso esemplificato da V. S. ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicità, o superparziente, o superparticolare.

Salv. Per raccoglier dunque ora in breve, e con maggiore universalità tutto quello che si è detto, & esemplificato fin quì, diremo che.

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro,

loro, quando l'eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all'eccesso della terza sopra la quarta.

Difin. generale delli grãdezze proporzionali, o commensurabili tra loro, o incommensurabili.

Simpl. Fin quì io non avrei difficultà, ma mi pare, che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poiche ella suppone, che la prima ecceda la seconda, e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

Salv. Rispondo, che quando V. S. avrà le quattro grandezze in tal modo, che la prima sia minor della seconda, e la terza minor della quarta, allora sarà la seconda maggior della prima, e la quarta maggior della terza. Però V. S. le consideri con quest'ordine inverso, e s'immagini, che la seconda sia prima, e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla già apportata da noi.

Sagr. Così è per appunto. Ma seguiti V. S. per grazia col presupposto già fatto di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare che faciliti assai a lei il discorso, & a noi l'intelligenza.

Altro modo di difinire le grãdezze proporzionali.

Salv. Stabilita questa per difinizione soggiugnerò anco in qual altro modo s'intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali, & è questo. Quando la prima per avere alla seconda la medesima proporzione, che la terza alla quarta, non è punto nè maggiore nè minore di quello, che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta. Con questa occasione difinirei ancora la proporzione maggiore, e direi così.

Difin. delle grandezze nõ proporzionali, o commensurabili, o incommensurabili.

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta, allora voglio che convenghiamo di dire, che la prima abbia maggior proporzione alla seconda di quella che à la terza alla quarta.

Simpl. Bene, ma quando la prima fosse minore di quel che ella dovrebbe esser per avere alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta?

Salv. Mentre la prima sia minor di quel che si ricercherebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione, che à la terza alla quarta, sarà segno evidente che la terza è maggior del

giusto per aver alla quarta quella tal proporzione, che à la prima alla seconda. Però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini che quelle grandezze, che erano terza, e quarta diventino prima, e seconda, e quell'altre che erano prima, e seconda V. S. le riponga ne' luoghi della terza, e della quarta.

Sagr. Fin'ora intendo benissimo il concetto di V. S., e l'introduzione, con la quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose, cioè, o di dimostrare con questi suoi principj tutto il quinto d'Euclide, ovvero di dedurre da queste due difinizioni poste da V. S. quell'altre due, che Euclide mette per quinta, e per settima fra le difinizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto Libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

Salv. Questa per appunto è l'intenzion mia, poiche quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima difinizione, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza s'accordano eternamente per necessità in pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e quarta, allora senz'altra scorta si può entrare nel quinto Libro d'Euclide, e si possono 'ntender con evidenza i Teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora se con la posta difinizione della proporzion maggiore dimostrerò che, in qualche caso, presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, & anco della seconda, e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri Teoremi delle grandezze sproporzionali. Poiche questa nostra conclusione sarà per appunto la difinizione, della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

Simpl. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multiplici, cioè che, mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente s'accordano nel pareggiare, o eccedere, o mancare; e che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto 'l quinto degli Elementi Geometrici.

Salv. Ora ditemi Sig. Simplicio, se noi supporremo che le

quattro

quattro grandezze A, B, C, D, sieno proporzionali, cioè che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione che la terza C à verso la quarta D, intendete voi che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione che due delle terze verso la quarta.

A. B.

C. D.

Assioma.

Simpl. Io l'intendo assai bene, imperciocchè mentre una prima alla seconda à la medesima proporzione che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella che anno due delle terze alla quarta.

Il medesimo Assioma più universalmente spiegato.

Salv. Adunque mentre V. S. intende questo, intenderà ancora che quattro, o dieci, o cento delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione, che anno quattro, o dieci, o cento delle terze ad una quarta.

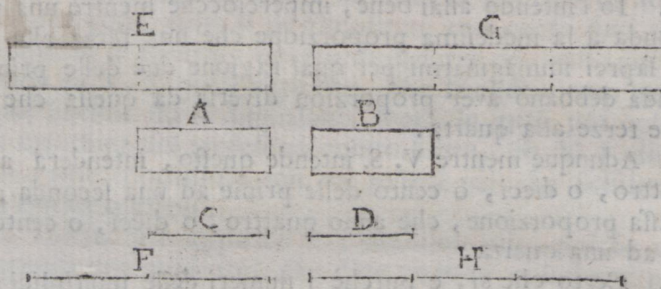
Simpl. Certo che sì, e purchè i numeri delle multiplicità sieno uguali, facilmente apprendo, che la prima presa due volte, o dieci, o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda che à la terza presa anch'essa due volte, o dieci, o cento, verso la quarta. Sarebbe ben dificile persuadermi il contrario.

Salv. Non è dunque ardua cosa il capire, che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda che à l'ugualmente multiplice della terza alla quarta. Cioè che la prima multiplicata quante volte ci pare abbia alla seconda quella proporzione stessa, che à la terza multiplicata altrettante volte verso la quarta. Ora tutto quello che io ò esemplificato fin quì con multiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti, immaginatevi che sia detto anco intorno al multiplicare le conseguenti solamente senza punto alterare l'antecedenti, e ditemi. Credete voi che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella che à la terza a due delle quarte?

Simpl. Credo assolutamente di nò; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione che una terza à verso la quarta, intendo assai bene che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci delle seconde, avrà quella medesima proporzione che à la stessa terza verso due, o quattro, o dieci delle quarte.

 Salv. Am-

PROP. I. che è la quarta del V. d'Eucl.

Salv. Ammettendo dunque voi questo, confessate di restar appagato, e d'intender con facilità che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e multiplicate egualmente la prima, e la terza, quella proporzione che à il multiplice E della prima A alla seconda B la stessa ancora abbia precisamente l'ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Immaginatevi dunque che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali E, B, F, D,

cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi à anco detto di capire che multiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda, e la quarta senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrà la prima al multiplicato della seconda, che la terza al multiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multiplici della prima, e della terza, e G, H, egualmente multiplici della seconda, e della quarta.

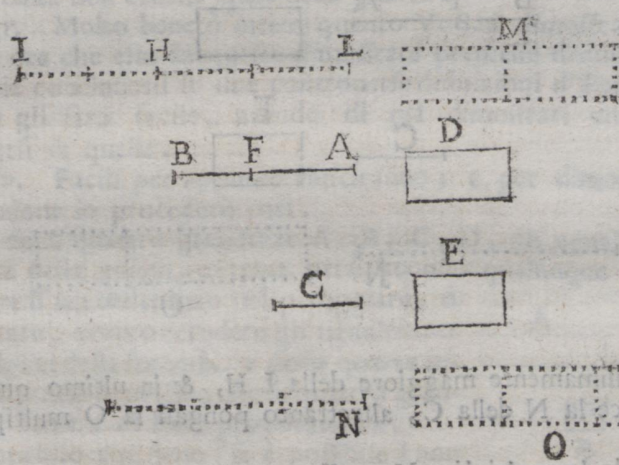
COROLL. che è il converso della difin. del V. degli Elementi.

Sagr. Confesso che di ciò resto interamente appagato, & ora intendo benissimo la necessità, per la quale gli ugualmente multiplici delle quattro grandezze proporzionali eternamente s'accordano nell'essere o maggiori, o minori, o eguali, &c. Poichè, mentre presi gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta V. S. mi dimostra che il multiplice della prima al multiplice della seconda à la medesima proporzione che il multiplice della terza à verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente, che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrà necessariamente (per servar

la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta. Quando poi sia minore, ovvero uguale, anche il multiplice della terza dovrà esser minore, ovvero uguale al multiplice della quarta.

Simpl. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d'intendere come (supposte le quattro grandezze sproporzionali) sia vero, che gli ugualmente multiplici non servino sempre quella concordanza, nell'esser maggiori, o minori, o uguali.

Salv. Io in questo ancora proccurerò, che V. S. abbia compiuta soddisfazione.

PROP. II. che è il Cõverso della 7. difin. del V. d'Eucl.

Ponganfi le quattro grandezze date A B, C, D, E, e sia la prima A B, alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda C quella medesima proporzione, che à la terza D alla quarta E. Mostrerò che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, e presi altri ugualmente multiplici della seconda, e quarta, quel-

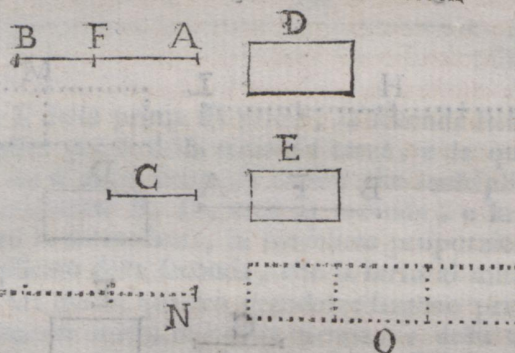
so della prima si troverà maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sarà altrimenti maggiore di quello della quarta, anzi lo dimostrerò esser minore.

Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza A B, quell'eccesso, il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere,

ſere, acciò foſſe preciſamente proporzionale, e ſia tale eccesso l'F B. Reſteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente A F alla C avrà la medeſima proporzione, che à la D alla E.

Multiplichiſi F B tante volte ch'ella ſia maggior della C, e ſia queſto multiplice il ſegnato H I. Prendaſi poi H L altrettante volte multiplice della A F, e la M della D, quante volte per appunto l'H I ſarà ſtata preſa multiplice della F B. Stante queſto non è dubbio alcuno, che tante volte ſarà multiplice la compoſta L I della compoſta A B, quante volte la H I della F B, ovvero la M della D è multiplice.

Prendaſi ora la N multiplice della C con tal legge, che la ſteſ-

ſa N ſia proſſimamente maggiore della L H, & in ultimo quanto ſarà multiplice la N della C, altrettanto pongaſi la O multiplice della E.

Ora eſſendo la multiplice N proſſimamente maggiore della L H, ſe noi dalla N intenderemo eſſer levata una delle grandezze ſue componenti (che ſarà eguale alla C) reſterà il reſiduo non maggiore della L H. Se dunque alla ſteſſa N renderemo la grandezza eguale alla C, (che intendemmo eſſer levata) & alla L H, che è non minore di detto reſiduo aggiugneremo la H I, che pure è maggiore dell'aggiunta alla N, ſarà tutta la L I maggior della N.

Ecco

Ecco dnnque un caso, nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze A F, C, D, E, fatte proporzionali da noi, & essendosi presi gli ugualmente multiplici L H, & M della prima, e della terza, & N, & O della seconda, e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell' esser maggiori, o minori, o uguali. Però essendo il multiplice L H della prima grandezza minore del multiplice N della seconda, per la nostra construzione, sarà anco il multiplice M della terza minore necessariamente del mnltiplice O della quarta.

Si è per tanto provato che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere, per avere alla seconda la stessa proporzione, che à la terza alla quarta, allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multiplici della prima, e della terza, & altri ugualmente multiplici della seconda, e della quarta, e dimostrare che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta.

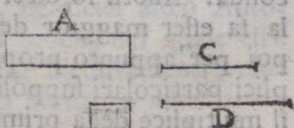
Sagr. Molto bene ò inteso quanto V. S. à dimostrato fin quì. Resta ora che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due controuerse difinizioni d' Euclide, il che spero gli sarà facile, avendo di già dimostrati due Teoremi conversi di quelle.

Salv. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la 5. difinizione io procederò così.

PROP. III. che è la difin. 5 del V. d'Eucl.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multiplici della prima, e terza presi secondo qualunque multiplicità sempre si accorderanno nel pareggiare, o mancare, ovvero eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta respettivamente, io dico che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.

A C B D

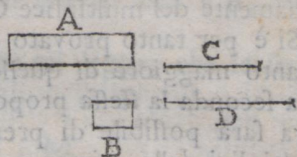
Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali. Adunque una delle antecedenti sarà maggior di quello che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione, che à l'altra antecedente alla sua conseguente. Sia per esempio la segnata A. Adunque per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multiplici della A, e della C, in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multiplici delle B, D, nel modo che si è insegnato, si

mo-

mostrerà la multiplice di A maggior della multiplice di B, ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore della multiplice di D., che è contro al supposto fatto da noi.

PROP. IV.

che è la 7 dif. del V. d'Eucl.

Per dimostrar la settima difinizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi, che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multiplici delle due antecedenti prima, e terza, e gli ugualmente multiplici delle due conseguenti seconda, e quarta, suppongasi dico che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D. Io dico che la A alla B avrà maggior proporzione che la C alla D. Cioè che la A sarà alquanto maggiore di quel ch'ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione che à la C alla D.

A C B D

Se è possibile non sia A maggior del giusto: sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente aggiustata, e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multiplici della prima, e della terza presi in qualunque modo sempre concordi nel pareggiare, o mancare, o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda, e della quarta; il che è contro alla supposizione.

Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno, che la terza sarebbe maggiore del suo dovere, per avere alla quarta quella proporzione, che à la prima alla seconda. Allora io direi che si levasse dalla terza quell' eccesso, che la fa esser maggior del giusto. E però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multiplici particolari supposti da principio, è manifesto, che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta. Adunque se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente ripiglieremo l'egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior che non era il multiplice di quella rimanente; e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta. Il che è contro la supposizione.

Sagr. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia, nella quale io n'avevo già lungo tempo bisogno:

Nè

nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io proccurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso, che ella la conferiva a diversi Amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua Villa. Ma seguitiamo di grazia i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

Simpl. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

Salv. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte, e riordinare tutto il quinto d'Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga, e troppo lontana dal nostro principale intento. Oltre che io so, che le SS. VV. averanno veduto di simili compendj stampati da altri Autori.

Ora essendosi considerate fin qui a riquisizione delle SS. VV. le difinizioni quinta, e settima del quinto Libro, spero che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un' antica mia osseruazione sovvenutami sopra un' altra difinizione d'Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall'incominciato, e non parrà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro Autore ne' suoi Libri.

Trovasi fra le difinizioni del sesto Libro d'Euclide la quinta della proporzion composta, la quale dice in questo modo.

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni multiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

Difin. 5. del sesto Libro d' Euclide.

Osservo poi che nè il medesimo Euclide, nè alcun' altro Autore antico si serve della stessa difinizione nel modo, nel quale ell'è stata posta nel Libro: onde ne seguono due inconvenienti, cioè al Lettore difficultà d'intelligenza, ed allo Scrittore nota di superfluità.

Sagr. Questo è verissimo, ma non mi par probabile, che la suprema accuratezza d'Euclide abbia fra' suoi Libri posta questa difinizione inconsideratamente, & in vano. Però non sarei affatto fuor di sospetto, che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorte, che ella oggidì non si riconosca più, mentre dagli Autori si pone in opera nel dimostrare i Teoremi.

Simpl. Che gli altri Autori non se ne servano, io lo crederò

alle SS. VV. non avendovi fatto molto studio: mi dispiacerebbe bene se da Euclide stesso, il quale viene stimato da voi altri per tanto puntuale nelle sue scritture, fosse stata posta indarno. Ma quì bisogna poi ch' io confessi come l' intelletto mio, il quale non si è mai più che mediocremente inoltrato nella Matematica, à incontrato difficultà intorno a questa difinizione, forse non minore, che nelle già spianate dal Sig. Salviati.

Mi aiutai un tempo fa con legger lunghissimi Comenti scritti sopra queste materie, ma per dire il vero, non conobbi giammai che mi si sgombrassero quelle tenebre che mi tenevano offuscato l' intelletto. Però se V. S. avesse qualche particolar considerazione, che mi facilitasse questo ancora, l' assicuro che mi farebbe un favore molto segnalato.

Salv. Forse ella si presuppone che questa sia materia di profonde speculazioni, e pure troverà che non consiste in altro che in un semplicissimo avvertimento.

S' immagini V. S. le due grandezze A, B, dello stesso genere. Avrà la grandezza A alla B una tal proporzione; e dopo concepisca esser posta fra di loro un' altra grandezza C pur dello stesso genere. Si dice che quella tal proporzione che à la grandezza A

alla B viene ad esser composta delle due proporzioni intermedie, cioè di quella che à la A alla C, e di quella che à la C alla B. Questo è per appunto il senso, secondo 'l quale Euclide si serve della predetta difinizione.

Simpl. E' vero che Euclide intende in questo modo la proporzione composta, ma però non intend' io, come la grandezza A alla B abbia proporzion composta delle due proporzioni, cioè della A alla C, e della C alla B.

Salv. Ora

Salv. Ora ditemi, Sig. Simplicio, intendete voi che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

Simpl. Essendo esse del medesimo genere, Signor sì.

Salv. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra, o diversa da quella che ell'è?

Simpl. Intendo questo ancora.

Salv. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l'A alla C à una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione, poi, che è fra le due estreme A, e B, si chiama esser composta delle due proporzioni, che mediano fra esse estreme, cioè di quella che à la A alla C, e di quella che à la C alla B.

Difin. da porsi in luogo della 5 difin del VI. d'Euclide.

Aggiungo di più, che se V. S. fra queste grandezze A, e B, s'immaginerà che sia frapposta non una grandezza sola, ma più d'una, come ella vede in questi segni A, C, D, B, s'intenderà pure la proporzione della A alla B esser composta di tutte le proporzioni, le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni che anno la A alla C, la C alla D, e la D alla B; e così se più fussero le grandezze sempre la prima all'ultima à proporzion composta di tutte quelle proporzioni, le quali mediano fra di esse.

A. C. D. B.

Avvertisco ora in quest'occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio sieno le stesse, allora la prima all'ultima avrà, come di sopra aviamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all'ultima à una proporzione tanto multiplice della proporzione che à la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni, che si frappongono fra la prima, e l'ultima. Come per esempio se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima, e la seconda che è fra la seconda, e la terza, allora sarebbe vero, che la prima alla terza avrebbe proporzion composta delle due proporzioni, le quali sono fra la prima, e la seconda, e fra la seconda, e la terza: ma perche queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione che à la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, & ancora che è tri-

plicata della proporzione della prima alla ſeconda, venendo compoſta tal proporzione, che à la prima alla quarta, della proporzione della prima alla ſeconda tre volte preſa, &c.

Ma quì finalmente non vanno contemplazioni nè dimoſtrazioni, imperciocchè è una ſemplice impoſizione di nome. Quando a V. S. non piaceſſe il vocabolo di compoſta, chiamiamola incompoſta, o impaſtata, o confuſa, o in qualunque modo più aggrada a V. S., ſolo accordiamoci in queſto, che quando poi avremo tre grandezze dello ſteſſo genere, & io nominerò la proporzione incompoſta, o impaſtata, o confuſa, vorrò intendere la proporzione che anno l'eſtreme di quelle grandezze, e non altro.

Sagr. Tutto queſto intendo beniſſimo: anzi ò più d'una volta oſſervato l'artifizio d'Euclide nella propoſizione, dove ei dimoſtra, che i paralellogrammi equiangoli anno la proporzione compoſta delle proporzioni de' lati. Egli ſi trova in quel caſo aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che ſono i quattro lati de' paralellogrammi: però comanda, che quelle due proporzioni ſi mettano in tre termini ſolamente; ſicchè una di quelle proporzioni ſia fra'l primo termine, e'l ſecondo; l'altra ſia fra'l ſecondo, e'l terzo. Nella dimoſtrazione poi, non fa altro ſe non che e' dimoſtra che l'un paralellogrammo all'altro è come'l primo termine al terzo. Cioè à la proporzione compoſta di due proporzioni, di quella che à il primo termine al ſecondo, e dell'altra, che à il ſecondo al terzo, le quali ſono quelle due proporzioni, che prima egli aveva diſgiunte ne' quattro lati de' paralellogrammi.

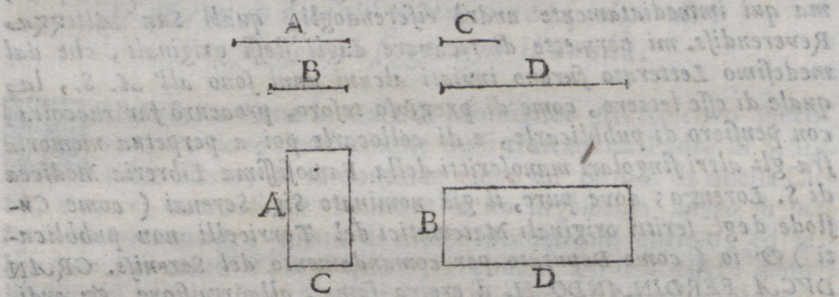
Salv. V. S. diſcorre beniſſimo. Ora inteſa, e ſtabilita la difinizione della proporzione compoſta in queſto modo (la quale non conſiſte in altro fuori che nell'accordarſi, che ſorta di roba noi intendiamo ſotto quel nome) ſi può dimoſtrare la propoſizion ventitre del ſeſto Libro d'Euclide, come la dimoſtra egli ſteſſo, perchè quivi ei non ſuppone la difinizione nel modo, nel quale ell'è divulgata, ma ben sì nel modo detto ſopra da noi. Dopo la nominata propoſizion 23. io ſoggiugnerei come Corollario di eſſa la divulgata difinizione quinta del ſeſto Libro della proporzion compoſta, tramutandola però in un Teorema.

PROP. V. che è la 5 dif. del VI. d'Eucl.

Ponganſi due proporzioni, una delle quali ſia ne' termini A, B, l'altra ne' termini C, D. Dice la difinizione vulgata che la proporzione compoſta di queſte due proporzioni ſi avrà ſe noi multiplicheremo fra di loro le quantità di eſſe proporzioni. Io concorro

corro col Sig. Simplicio nel credere che questa sia una proposta difficile da capirsi, e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre grandezze, immaginiamoci che e' sieno posti in linee rette. Facciasi poi delle due antecedenti A, B, un rettangolo, siccome delle due conseguenti C, D, un' altro rettangolo. E' chiaro, per la 23. del sesto d'Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C, al rettangolo dalle B, D, avrà quella proporzione che è composta delle due proporzioni A verso B, e C verso D, le qua-

Quì si suppone sapersi quali sieno le quãtità delle proporzioni, e come s'intenda il multiplicarle fra loro: ma il tutto meglio apparisce dal cõstruire, e dimostrare la presente proposizione.

li son quelle due, che ponemmo da principio a fine di ritrovare qual fosse la ptoporzione che risultava dalla comparazione di esse. Essendo dunque la proporzione composta delle proporzioni A verso B, e C verso D quella che à il rettangolo A C al rettangolo B D, per la suddetta proposizion 23. del sesto, io domando al Sig. Simplicio come abbiamo noi fatto per ritrovare questi due termini, ne' quali consiste la proporzione, che si cercava da noi?

Simpl. Io non credo che si sia fatt' altro, se non formar due rettangoli con quelle quattro linee poste da principio; uno cioè con le antecedenti A, C, e l' altro con le conseguenti B, D.

Salv. Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della Geometria corrisponde per appunto alla multiplicazione de' numeri nell' Arimmetica, come sa ogni Matematico, anche principiante, e le cose che noi abbiamo multiplicate sono state le linee A, C, e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poste proporzioni.

Ecco dunque, come multiplicando insieme le quantità, o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantità, o la valuta della proporzione, la quale poi si chiama composta di quelle.

Non

NON più oltre passa il disteso di questa quinta Giornata del Galileo. Ma perche (come saggiamente ne somministra il Serenissimo, e Reverendissimo Signor PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI, mio Sig.) bramerà quì il Lettor di sapere ciò che contener si doveva nel rimanente di questo Dialogo, e di qual' altre speculazioni ci privasse la deplorabil perdita dell' Autore; e dalla continua applicazione della medesima Alt. Reverendiss. in favorir le lettere, e gli studiosi, ne vien' ancora largito 'l modo di poter in questa parte appagare appieno così lodevole curiosità per mezzo d'alcuni Capitoli di lettere del Galileo stesso scritte ad un Letterato Franzese, e per antica oigine di Toscana, non m' abuserò delle grazie di tanto Principe, ma quì immediatamente andrò riferendogli, quali Sua Altezza Reverendiss. mi permette di ricavare dagli stessi originali, che dal medesimo Letterato furono inviati alcuni anni sono all' A. S., la quale di esse lettere, come di prezioso tesoro, proccurò far raccolta, con pensiero di pubblicarle, e di collocarle poi a perpetua memoria fra gli altri singolari manoscritti della Famosissima Libreria Medicea di S. Lorenzo; dove pure, il già nominato Sig. Serenai (come Custode degli scritti originali Matematici del Torricelli non pubblicati) & io (come Deputato per comandamento del Sereniss. GRAN DUCA FERDINANDO II. d' eroica fama, alla revisione, & ordinazione de' medesimi scritti) per maggiormente onorare il nome del nostro comune Amico, e per reciproca soddisfazione risolvemmo già di proccurare che questi originali del Torricelli, dopo stampati, ricevuti fossero, e fatti custodire; siccome ne concedè allor umanissimo beneplacito la prefata Altezza Serenissima confermatomi adesso benignamente dal SERENISSIMO GRAN DUCA COSIMO Regnante, Generosissimo Mecenate, e mio Unico, e Clementissimo Signore.

Da' seguenti Capitoli dunque trasportati da esse lettere originali le più interamente scritte, e l' altre sottoscritte di propria mano del Galileo, e tutte esistenti in quelle di S. Altezza Reverendissima, s' intenderà, come dalla viva voce di esso Galileo, ciò che dopo l' ultima, e massima dell' opere sue stampate lui vivente (quella cioè della Meccanica, e de' moti locali) gli restò per ultimo di scrivere, e di pubblicare, e s' aggiungneranno ancora altre notizie per soddisfare i Curiosi di quanto saper si possa in questo particolare, avvertendogli che per rimuovere ogni confusione, tutti i millesimi delle date riferiti da me in questi Capitoli, siccome nel resto del racconto, e di questo Trattato, per quello che riguarda a mesi di Gennaio, Febbraio, e Marzo, gli ho ridotti dallo stil Fiorentino, che è dall' Incarnazione, allo stil Romano, che è dalla Natività di N. S.

CAPI-

CAPITOLI DI LETTERE
DEL GALILEO
AD VN LETTERATO FRANZESE.

Per le quali ſi à notizia dell'Opere, che per ultimo meditava di ſcrivere il medeſimo Galileo.

D'Arcetri in data de' 7. Marzo 1634. dopo altri ragguagli così ſoggiungne il Galileo.

ARRIVAI a Siena in Caſa di Monſignor Arciveſcovo Piccolomini, dove ſtetti cinque meſi trattato da Padre di S. Sig. Illuſtriſſima, & in continue viſite de' Nobili di quella Città, e quivi compoſi *un Trattato d'un argomento nuovo in materia di Meccaniche*, pieno di molte ſpeculazioni curioſe, ed utili, &c. Per tanto V. S. ſi quieti, e conſoli nel mio eſſere ancora in iſtato di poter ridurre al netto l'altre mie fatiche, e pubblicarle.

Da alcuni de' ſeguenti Capitoli s' inferiſce il Trattato di Meccaniche eſſer quello della reſiſtenza de' ſolidi all' eſſere ſpezzati.

D'Arcetri li 25. Luglio 1634. dopo aver nominato alcuni Oppoſitori che gli avevano ſcritto contro così ſegue.

A tutti queſti miei Oppoſitori, che ſon molti, ò io penſiero di riſpondere, ma perchè l'eſaminare a parte a parte le vanità di tutti ſarebbe impreſa lunghiſſima, e di poca utilità, penſo di fare *un Libro di poſtille* come da me notate nelle margini di tali Libri intorno alle coſe più eſſenziali, ed a gli errori più maiuſcoli, e come raccolte da un'altro mandarle fuori; ma prima, piacendo a Dio, voglio pubblicare *i Libri del Moto, ed altre mie fatiche, coſe tutte nuove*, e da me anteposte all'altre fin' ora mandate in luce.

Per altre ſue fatiche nuove, oltre a detti libri del moto, intende, come pur ſi vedrà appreſſo, il Trattato di Meccaniche nominato nel primo Capitolo.

D' Arcetri ne' 15. Marzo 1635. Soggiungne quant' appresso.

Aggiungnesi, ch'io vorrei pur che'l mondo vedesse, avanti che me ne parta io, *il resto delle mie fatiche*, le quali io vò riducendo al netto, e trascrivendo, ma perchè nel rileggerle sempre mi cascano in mente nuove materie, e la maniera dello scrivere in Dialogo mi porge assai conveniente attacco per inserirvele, l'opera mi va crescendo per le mani, e'l tempo diminuendosi.

Pe'l resto delle sue fatiche intende i suddettti Trattati delle resistenze, e del moto, che sono le due Scienze nuove da lui solo il primo sopra i lor veri principij fondate, promosse, e geometricamente dimostrate.

D'Arcetri chiude una sua lunga lettera de' 9. Giugno 1635. con le seguenti parole.

Parte oggi il Serenissimo PRINCIPE MATTIAS per Alemagna, e porta seco *una copia de i due primi Dialoghi de' quattro che mi restano da stampare*, & à S. A. risoluto di volere egli stesso prendersi questa cura, e dedicargli a chi più gli piacerà. Questi contengono i frutti più stimati da me di tutti i miei studij, dove, coll' occasione di scrivere in Dialogo, ò avuto comodità d'inserirvi buon numero di contemplazioni tutte nuove, e perlopiù remote dalle opinioni comuni, come piacendo a Dio tra non molto tempo V. S. vedrà, alla quale intanto con vero affetto bacio le mani, come anco alli Signori Gassendo, e Campanella.

I quattro Dialoghi sopranominati, che delle fatiche più pregiate de suoi studij gli rimanevano da stampare, molto bene ormai si comprende dal detto più volte fin quì esser quelli, che oggi si vedono sotto Titolo di Discorsi, e Dimostrazioni Matematiche della Meccanica, e de Moti Locali.

D' Arcetri de' 6. Dicembre 1636. fra gli altri particolari negozj scrive così il Galileo.

All' Illustrissimo Signor Conte di Noailles manderò quanto prima

mà un' *Appendice d'alcune dimostrazioni di certe conclusioni de centro gravitatis solidorum*, trovate da me essendo di età di 21. anno, e di due anni di studio di Geometria, le quali è bene che non si perdano.

Qui è da sapersi, che un mese, e mezzo prima del tempo della qui riferita Lettera, cioè verso la fine del precedente Mese di Ottobre 1636. il Gal. aveva presentato a questo Sig. Conte di Noailles (nel passar che fece questi da Poggibonsi di ritorno a Parigi dalla sua Ambasciata di Roma) una copia manoscritta de' medesimi Dialoghi, com' apparisce dalla Dedicatoria di essi, diretti ad esso Signore.

Tal manoscritto poi il medesimo Signor Conte fece pervenire nelle mani degli Elsevirj di Leida, i quali coll' ornatissime stampe loro lo pubblicarono nell'Anno 1638. col Titolo, come si disse, di Discorsi, e Dimostrazioni Matematiche della Meccanica, e de' moti locali &c.

D'Arcetri de' 24. Aprile 1637. all'altre cose aggiugne.

Tra tanto V. S. supplisca per me appresso il Signore de Carcavj, acciò mi dispensi dalla risposta ancora per alcuni giorni, e mentre S. Signoria Illustrissima farà metter mano alla stampa generale di tutte l'Opere mie, andrò riducendo al netto altre mie composizioni non ancor vedute, che saranno *un Libro de Centro grauitatis solidorum*, ovvero *una mano di Problemi parte Fisici, e parte Matematici*, ovvero *un Libro di postille fatte a libri de' miei Oppositori*, che son molti.

Il mentovato Illustrissimo Signor de Carcavj (che oggi, per la singolar sua dottrina, e pienissima erudizione in ogni Scienza, e Letteratura, soprantende alla Biblioteca Regia, & è alla cura delle Medaglie della MAESTA' CRISTIANISSIMA DI LVIGI IL GRANDE mio Beneficentissimo, e Clementissimo Signore) nel trovarsi allora in Firenze, come devoto al gran nome del Galileo, e come delle Matematiche intendentissimo, si portò più volte in Arcetri per godere de' sapienti colloquj di quello, e tra gli altri onori che gli fece S. Signoria Illustrissima, cortesemente se gli offerse, e spesso anco per lettere lo confermò di voler

fare stampare a sue proprie spese in un sol volume tutte l'opere di lui fin' allora pubblicate, e l'altre ancora che egli avesse da pubblicare. Il che sia quì accennato per maggior intelligenza del detto di sopra, e di quel che seguirà poco appresso.

Tra le composizioni del Galileo, che in questo dì non s' erano ancor vedute, il Libro de centro gravitatis solidorum, *che ei dice quì di voler ridurre al netto per somministrarlo al Signor de Carcavj nella ristampa generale delle sue opere, è quello, del quale nel passato Capitolo (cioè intorno a quattro mesi prima) egli aveva promesso, che avrebbe mandato copia al Sign. Conte di Noailles.*

Il Libro di postille è quello, di cui egli parlò nel Capitolo de' 25. Luglio 1634. e del quale, siccome de' Problemi Fisici, e Matematici quì nominati, fa egli nuova menzione ne' Capitoli, che ne seguono.

D'Arcetri ne' 6. Giugno 1637.

Quanto poi all'impresa, a che si apparecchia il Signor Carcavj, come per altra ò scritto a V.S. non mi mancherà d'aggiungnere *al resto delle mie opere altre cose di nuovo*, e quando io veda qualche principio dell'opera manderò quanto sarà necessario.

Qui è luogo di far noto, che, essendochè gli Elsevirj di Leida si esibiron di poi a far la ristampa general dell'opere del Galileo, dopo ch'elle fossero fatte latine, egli si applicò a tale traduzione, e desistì di mandare a gl'Illustrissimi SS. di Noailles, e di Carcavj il detto Libro de centro gravitatis, &c. *o altro di proprio, come quì promette; ma ben fu mandato esso libro a' medesimi Elsevirj, che lo posero in fine della citata opera delle Meccaniche, e de' Moti, la quale già essi avevano sotto il Torcolo: e di quì è che l'Illustris. Sig. de Carcavj sospese l'effettuazione del suo generoso disegno non, ostante le spese da lui fatte nell'intaglio in rame di gran quantità di figure.*

Nel rimanente, l'altra lettera, che dice quì il Galileo di avere scritta, è quella de' 24. Aprile 1637. dalla quale è uscito il Capitolo precedente a questo, il quale, insieme con gli altri fin quì registrati, è copiato dagli originali di propria mano del Galileo. Gli altri che seguono, si son cavati dagli originali d'altre lettere tutte con la firma di mano similmente del Galileo, e dettate

da

da questo ad un Rev. Sacerdote Fiorentino chiamato Messer Marco Ambrogetti, che per più d'un'anno, e mezzo egli tenne appresso di se per fare l'accennata traduzione di Toscano in Latino dell'opere sue già stampate, e compiacere all'instanze fattegliene da più parti.

D'Arcetri ne' 4. Luglio 1637.

Io poi mi ritrovo da cinque settimane in quà nel letto prostrato di forze grandissimamente, e questo per più cagioni. Prima per una purga fatta, la quale per le molte evacuazioni m'à reso languido. In oltre per l'età di 74. anni, che non lascia luogo a restauri, che possano refocillarmi; ed anco per la stagione ardentissima, la quale con insoliti caldi prosterne il vigore de' più robusti Giovani. Aggiungnesi (proh dolor) la perdita totale del mio occhio destro, che è quello che à fatto le tante, e tante, siami lecito dire, gloriose fatiche. Questo ora, Signor mio, è fatto cieco, l'altro che era, ed è imperfetto, resta ancor privo di quel poco di uso, che ne trarrei, quando potessi adoprarlo, poichè il profluvio d'una lacrimazione, che di continuo ne piove, mi toglie il poter far niuna, niuna, niuna delle funzioni, nelle quali si richiede la vista &c.

Con tutto che il Capitolo quì di sopra non attenga al dar notizie di opere del Galileo, ò voluto riferirlo come contenente l'avviso particolare d'un tanto infortunio, e come accennato di passaggio nel Capitolo che segue.

D'Arcetri ne' 7. Novembre 1637.

In piè di questa lettera è una poscritta di propria mano del Galileo.

Porgami per sua pietà la sua mano adiutrice, acciocchè sgravato da cure, che mi tengono oppresso, io possa tornare a distendere *i miei Problemi Spezzati Fisici Matematici*, che sono in buon numero, e tutti nuovi, & oltre a questi, alle *mie postille* per difesa mia dalle opposizioni, contradizioni, e calunnie di quegli che mi anno scritto contro, e cercato d'abbassare la mia reputazione: e sia certa, che io, così languido, e quasi cieco, farò che la mia penna mi sostenti; e se bene sono di così grave età, spero in DIO, e nel-

l'aria perfetta, della quale io mi pasco, e respiro, di viver ancor tanto, ch'io possa prolungar la vita a' miei scritti, malgrado di coloro, che tanto rabidamente vanno proccurando di seppellirgli.

I Problemi spezzati, e le postille, &c. sono tuttavia quelle stesse cose, delle quali parlò il Galileo ne' Capitoli de' 25. Luglio 1634. e de' 24. Aprile 1637. e tratterà ancora più distintamente.

Il Letterato Franzese, al Galileo, con lettera de' 22. Dicembre 1637.

In oltre, circa a questo capo, aspetto anco da lei *la Nota particolare dell' opere sue sin quì non stampate*; però con la maggior prontezza, che potrà mi mandi il tutto, & io ricevendolo non vi perderò tempo.

La Nota, domandata ora al Galileo, si vedrà nell'ultimo Capitolo de' quì registrati.

D'Arcetri con lettera de' 2. Gennaio 1638. lo ragguaglia del compassionevol caso della sua totale cecità: notizia, che, quantunque non faccia direttamente al proposito che si cerca, indirettamente vi concorre, e l'ò stimata anco degna di sapersi da' Letterati.

In risposta all'ultima gratissima di V. S. delli 20. Novembre intorno al primo punto, ch' ella mi domanda attenente allo stato della mia sanità le dico, che, quanto al corpo, io era ritornato in assai mediocre constituzione di forze: ma aimè Signor mio! il Galileo, vostro caro Amico, e Servitore, da un mese in quà è fatto inreparabilmente del tutto cieco, talmentechè, quel Cielo, quel Mondo, e quell'Vniverso, ch' io con mie maravigliose osservazioni, e chiare dimostrazioni aveva ampliato per cento, e mille volte più del comunemente creduto da' Sapienti di tutti i Secoli passati, ora per mè si è sì diminuito, e ristretto, che e' non è maggiore di quello, che occupa la persona mia.

D'Arcetri

D'Arcetri con Lettera de' 23. Gennaio 1638. dettata al suo Amanuense Ambrogetti, e soscritta di propria mano, intorno al particolar della Nota delle sue opere non ancora stampate chiestagli con lettera de' 22. Dicembre prossimo passato, così risponde il Galileo.

Quanto poi all'altre mie fatiche, sappia V. S. che io ò *buon numero di Problemi, e questioni spezzate, tutte al mio consueto nuove, e con nuove dimostrazioni confermate.* Sono ancora sul tirare avanti un mio concetto assai capriccioso, e questo è, di portare, pur sempre in Dialogo, *una moltitudine di postille fatte intorno a' luoghi più importanti di tutti i Libri di coloro, che mi anno scritto contro, & anco di qualche altro Autore, in particolare d'Aristotile, il quale nelle sue Questioni Meccaniche mi dà occasione di dichiarare diverse Proposizioni belle, ma molto più ancora me ne dà nel Trattato de Incessu Animalium:* materia piena di cose ammirabili, come quelle che son fatte meccanicamente dalla Natura: e quì mostra essere assai manchevole, & in gran parte falsa la cognizione che dall'Autore ce ne vien data. *E queste ultime mie Opere* saranno, s'io non m'inganno, d'una gustosa, e curiosa lettura. O' di poi *una mano d'Operazioni Astronomiche,* parte delle quali acquistan perfezione dall'uso del Telescopio, & altre dalla maggiore squisitezza nella fabbrica degli Astronomici strumenti, mercè de' quali aiuti tutte l'osservazioni celesti potranno esser con notabile acquisto poste in opera.

Questo solo Capitolo di Lettere del Galileo (le quali sono appresso di S. Altezza Reverendissima) par che bastantemente dimostri con la Nota, che egli stesso richiestone, manda al Letterato Franzese, quali, in quel giorno de' 23. Gennaio 1638. fossero in generale gli argomenti delle rimanenti Opere sue, che allora in età di anni 74. e già cieco di circa due mesi prima, dopo l'impressione terminatasi in quell'anno delle quattro Giornate attenenti alle nuove Scienze della Meccanica, e de' Movimenti Locali, egli per ultimo aveva in animo di scrivere, con risoluzione di portar il tutto in Dialogo per pubblicarlo.

Tali argomenti, in sustanzia, vedesi che quasi tutti sono quegli stessi nominati ancora ne' passati Capitoli, che in ristretto si riducono a' seguenti.

I. Buon numero di Problemi, e Questioni spezzate, nuove, e con nuove dimostrazioni confermate.

II. Postille, e note intorno a' luoghi più importanti de' Libri d'alcuni suoi Oppositori, e d'altri, & in specie d'Aristotile ne' Trattati delle Questioni Meccaniche, e del Moto degli Animali.

III. Vna mano d'Operazioni Astronomiche perfezionate dall'uso del Telescopio, e dalla squisitezza della fabbrica degli strumenti per tutte l'osservazioni celesti.

Quì il Galileo non fa più menzione de' Libri del Moto, nè delle Meccaniche, nè meno dell'Appendice, o Libro del centro della gravità de' solidi nominati ne' suoi primi Capitoli, perchè in questo medesimo tempo il tutto era già fuori disteso in Dialogo in quattro Giornate, & in un' Appendice, stampato in Leida, come dicemmo, dagli Elseuiri, &c.

Oltre poi alle soprannarrate materie in genere, egli pure nella quarta delle sopraddette Giornate trattante de' proietti, promesse a parte di voler trattare in un' altro congresso della forza della percossa, *intorno alla quale esso quivi accennò qual cosa da fac. 263. a 265. & anco sul fine a fac. 287. e 288. della medesima impressione di Leida.*

Quivi ancora promesse a facce 284. di spiegar l'uso, e l'utilità delle catenuzze appese dall'estremità loro, *le quali con la lor sacca, dice che naturalmente s'accomodano alla curvatura di linee prossimamente Paraboliche.*

Questi son due di quegli, che egli chiama Problemi, o Questioni spezzate, i quali egli avrebbe disteso con gli altri della sua Nota, & il primo della percossa, non ò dubbio che in molti più si sarebbe ancora diffuso, e diramato.

Rimarrebbe ora da sapersi, quali, e fino a che segno delle cose promesse in questa Nota restassero scritte alla morte del Galileo, e quel che poi ne sia stato. Per informazione di che, e di altro ancora, che grato riuscirà, procederò nella narratiua con l'ordine di que' particolari che mi son noti.

Ma prima sappiasi che dopo tal giorno de' 23. Gennaio 1638. sopravvisse il Galileo intorno a 4. anni, dentro al qual tempo patì

d'una continua flussione di occhi molestissima; cadde più volte gravemente ammalato, e fu spesso travagliato da dolori artritici; oltre ad altre indisposizioni solite accompagnar la decrepità: ond'è ch'ei non potè applicar di proposito a dettar, e distendere questo residuo delle sue speculazioni; massimamentechè, dovendosi egli servire degli occhi altrui, non quegli di ciascheduno eran atti a supplire alla di lui impotenza, ma si richiedevano quei di Persona, la quale, non solamente gli fosse amorevole, ma in istato libero a segno di poter conviver con lui dov'ei dimorava, ed ancora (quanto ogn'altra cosa) erudita, e ben instrutta nelle Matematiche, e nelle Filosofiche Discipline, affinchè, appena ch'egli avesse spiegato il concetto suo, l'Amico poi nel distenderlo fosse abile a dargli forma convenevole, e perfezione.

NON ostante però la mancanza di tal Soggetto, e l'assidue afflizioni d'animo, e di corpo, quella in ispecie del trovarsi privo della vista, continuando egli, quasi per un altr'anno, a valersi della penna del suddetto R. P. Ambrogetti impiegata nel tradurre in latino l'Opere sue, dettò a questo la Relazione di quell'ultimo suo scoprimento celeste della titubazione della faccia Lunare, indirizzandola al già Signor Conte Alfonso Antonini di Udine Commessario Generale della Cavalleria della Serenissima Signoria di Venezia, con ispiegarla in una lettera de 20. Febbraio 1638. l'original della quale alcuni anni sono mi fu consegnata dal nostro Sapientissimo Socrate il Sig. Priore Orazio Rucellai, d'immortal gloria degno, in nome dell'Eminenza Reverendissima del Sig. Cardinale Delfino, il quale (consapevole della mia applicazione in andar facendo raccolta di ciò che vada attorno del mio Maestro) per l'incomparabil sua Umanità, e per sommamente onorarmi si degnò d'impiegar in ciò i suoi favori coll'impetrarmela dal Sig. Conte Danielle Antonini, degnissimo Nipote del sopraddetto Sig. Alfonso, insieme con altra lettera del Sig. Paolo Aproino de 27. d'Ottobre 1612. di Treviso al già Sig. Conte Danielle, dove si parla del Galileo nel far menzione d'uno Strumento da multiplicar l'udito immaginato, e fabbricato dal medesimo Sig. Aproino; le quai lettere originali io conservo appresso di me in memoria di tanto onore.

SBRIGATOSI il detto R. Ambrogetti dalle traduzioni di tre dell'Opere del Galileo, cioè del Saggiatore, delle Macchie Solari, e delle Galleggianti (le quali anco per proprio esercizio aveva con somma chiarezza tradotte in latino il Sig. Senator Filippo Pandolfini, Amico intrinseco del Galileo, e nelle Matematiche versatissimo) se ne tornò in Firenze intorno alla fine dell'Anno 1638.

ET essendochè pochi mesi prima, in età mia di circa anni 16. io fossi assiduamente esortato, e quasi dissi infestato dal mio Maestro di Logica (il P. Lettor Sebastiano da Pietrasanta, gravissimo Teologo, e Confessoro al presente di quest' ALTEZZA REVERENDISSIMA) à studiar anche la Geometria, asserendomi che da questa una continua, e perfettissima Logica si praticava, mi lasciai in fine persuadere a pigliarne qualche lezione dal P. Clemente di S. Carlo, Sacerdote delle Scuole Pie per dottrina, e per bontà amabilissimo, che in quel tempo era quì solo a insegnarla, ed era stato Discepolo del P. Francesco di S. Giuseppe della stessa Religione, il quale attualmente instruiva allora nelle Matematiche la medesima ALTEZZA, e ne fu poi Lettor publico a Pisa, e Autore di quell'ingegnoso Trattato della Direzzione de Fiumi, che si vede fuori sotto nome di D. Famiano Michelini.

GVSTATA appena ch'io ebbi l'evidenza delle prove Geometriche, ben mi accorsi quanto vere fossero le Massime di que' due miei Maestri (a quali io conservo tuttavia gratissima obbligazione) del primo cioè, che nella sola Geometria sia riposto ogni vero scibile, per mezzi dimostrativi, dall'Vmano intelletto: e dell'altro, che qualunque mediocre ingegno può molto felicemente intender l'Opere, e le proprietà dimostrate da' Geometri senza aiuto d'alcun Maestro, come che questi non possa a gli Scolari giovar in altro, che in mostrar loro a principio la regola del leggerle, e l'ordine, e'l modo dello studiarle. Et in vero, fondandosi le Dimostrazioni Matematiche sopra alcuni pochi principi, la scienza de quali nasce con noi medesimi, e camminando quelle con discorso ordinato d'una Logica rigorosa, e per mezzo di necessarie conclusioni dependenti l'una dall'altra, è forzato ancora il Maestro, s'e' non vuol confonder l'intelletto dello Studente, di spiegarle in quel modo appunto, in che le spiega l'Autore stesso, essendochè ogni poco di più sia superfluo, e difettivo ogni meno. Altro dunque non fa il Maestro che risparmiare a Discepoli l'affaticarsi gli occhi nella lettura, e la mente, e la testa nel dover applicar interrottamente, ora al discorso, & ora a' caratteri, & a' segni delle figure, dal qual risparmio però non così spesso adiviene, ch'altri ne ritragga profitto vero, conciosiecosachè l'unico mezzo di ben apprendere, e di possedere le Dimostrazioni geometriche sia quello del proprio studio, e non dell'altrui; per esser, al creder mio, fra queste due maniere d'erudirsi, molto maggior divario di quel ch'e' sia fra l'andar da se stesso con particolar curiosità, ed attenzione vedendo, e osservando 'l Mondo, e lo starsene semplicemente alle carte di Geografi, quantunque esatti, & a relazione di Scrittori più che fedeli.

MA quì in grazia mi sia permesso, digredendo alquanto dal racconto, di far cuore al Giovane studioso, che, in mancanza d'un Direttore (il qual però, sul principio, io non biasimo a proccurarselo) voglia provarsi a veder da se stesso il primo Libro almeno d'Euclide, d'esposizion comentata la più chiara, e diffusa, che egli trovi, quale sarebbe quella del P. Clavio; avvertendolo, che dopo la reminiscenza delle notizie comuni, che vi si premettono, l'esplicazione de' termini da usarvisi, e l'approvazion delle domande concedibili che vi si fanno, egli segua per appunto quell'ordine, e non trapassi cosa, che più che ben non intenda; nè sul principio del cammino, benchè tediato, o stanco gli paia d'esserne, si abbandoni; nè si curi per ancor di sapere a che sia buona la Geometria: ma se pur ne è curioso, domandine al Galileo, il quale, o col suo solito piacevol motto gli dirà, che *dalle dimostrazioni della Geometria attenenti alle Misure, a i Pesi, & a' Numeri, s'impara a misurare i Goffi, a pesar gli Ignoranti, & a numerar gli uni, e gli altri*: o pur, rispondendo sul serio, gli affermerà, non potersi comprendere a che ella sia buona, se prima ella non si gusta, e dopo gustata, ella stessa colle sue tante, e sì evidenti Dimostrazioni darsi a conoscer per buona a tutte le cose. Ma se per avventura una sì fatta Proposizione gli paresse incredibile, & insieme troppo presuntuosa, in questo caso il medesimo Galileo s'ingegnerà d'insinuargliene la credenza col proporgli que' molti, e variati colori posti in confuso sopra una tavolozza, i quali, da chiunque non ne vide, e non ne seppe mai l'uso, o sarebber creduti tanti piccoli ammassamenti di sozza materia, inutile, e da doversi trar via, o al più buoni a far apparire una superficie, rossa col rosso, gialla col giallo, e bianca col bianco, &c. nè mai gli caderebbe in pensiero, che dar si po essero al Mondo uomini di tal industria, e perizia, i quali con quegli stessi colori avessero a sapere, e poter al vivo rappresentare con ammirabil vaghezza l'immagini di tutte le cose visibili, non sol delle fabbricate dall'Arte, ma delle create dalla Natura, e quelle ancora d'ogni più strana grottesca, o chimerica fantasia, ancorchè sognatasi.

SV dunque, il Geometra principiante, a buona fede, e senza cercar più oltre, con generosa risoluzione, e con paziente assiduità si

ostini pur di veder tutto, e di ben intendere quel piccol Libro (siccome io l'assicuro che gli sortirà) & osservi allora s'egli si sente invogliato, o nò di proseguir la navigazione intrapresa; quando che nò, torni al Lido, che questo Mare al certo non è per lui; all'incontro se sì, vi s'inoltri pure, imperciocchè, non al termine del cammino, come è solito negli altri Studi, ma fin per via s'avvedrà che la Geometria è una chiarissima face, e sicura guida ad ogni sorta d'erudizione, e che per essa risveglians gli animi addormentati, ed assottigliansi gli ottusi ingegni; ond'e' si fan più veloci, e più atti a penetrare, e comprendere, come è forza che provi, chiunque con essa terrà commercio, a cagione del continuo esercizio di concludenti discorsi, che far convien' in trattando seco. Di quì è, che altrettanto vero, quanto plausibile osservai sempre quel saggio detto pubblicato da me, come del mio Sourano Maestro, che *La Pietra Lavagna, sopra di cui si disegnano a' Principianti le Figure Geometriche, è la Pietra del paragone degli Ingegni*, vedendosi per prova continuamente, che quei, che reggono a tal cimento, riescono a tutta bontà in ogni altra facultà, & in qualunque maneggio, al quale intendano di applicarsi. Questa verità fu così ben conosciuta dal Divino Platone, che, nell'instituire l'ottima Repubblica, lasciò scritto non esser veramente sì facile, ma non però fuor di proposito il credere che le Scienze Matematiche servano di strumenti per mandar giù le cateratte, che si parano d'avanti a gli occhi dell'Anima ragionevole, e che questi, che dianzi trovavansi immersi in una foltissima caligine d'ignoranza, e per così dire, soffogati, anzi spenti dagli altri studi, & esercizi, mediante poi il nuovo lume, & il nuovo calor della Geometria, si ravvivino, e si riaccendano; e che, più tosto che mille occhi del corpo, assai più importante sia 'l custodire questi dell'animo, per mezzo solamente de' quali ci vien conceduto il rimirare, ancorchè remotissime, le occulte verità, che la sola Geometria ci disvela. Questa, o Giovane generoso, essendo una cognizione, non di quello, che or và, & or viene, ma di quello che è in un modo sempre, nè mai si muta, può sola condurti al prezioso conseguimento del vero, e prepararti l'animo alla contemplazione della Filosofia naturale,

che

che il mio acutissimo Lince non vide scritta altrove, *che in un solo, ma però vastissimo Libro, quale è questo dell'Universo. Questa*, dicev'egli, *non vi è distesa con altro alfabeto che di Figure della Geometria, nè con altri principi, e ragioni dimostratavi che Matematiche.*

OR da sì autorevoli sentenze maggiormente eccitato il novello Navigante, dia pur libere vele al prospero vento, da cui sente portarsi per quel piccolo seno degli Elementi Geometrici, perchè guidato dall'infallibil Nocchiero della Ragione, e colla propria accortezza scansati que' pochi scogli, che nel passar il brevetratto de primi Scrittori Classici egli incontrasse, scoprirà lieto nuovi Mondi, e s'approderà in Terra ferma da niun'altro termine circonscritta, sempre verde, e feconda d'innumerabili, incognite, nè per altra via penetrabili verità, & in breve accorgerassi per mezzo ancora della Geometria poter trapelare a gli occhi foschi delle nostre menti qualche raggio del SOMMO SOLE, per cui, additandocisi il diritto sentiero alla di lui cognizione, confessar dobbiamo in una Bontade, e Providenza infinita l'Onnipotenza del CREATORE, il quale, eziandio nell'interminato, e profondo abisso delle proprietà Matematiche, mercè

La verità, che tanto ci sublima, (Dante Par. Canto 22.)

ci fa rimirar più d'appresso l'immensità di sua incomprensibile Sapienza;

E quinci appar, ch'ogni minor Natura
E' corto recettacolo a quel Bene,
Che non à fine, e se in se misura. (Canto 19.)

Che che di Scienze sì nobili scioccamente si parlino certi uni Agghiacciati di dentro, e di fuor caldi, i quali, tutto che privi di simili cognizioni, e forse inabili a capirne i primi principi, ma sopra tutto come di lor natura in sommo grado superbi, presuntuosi, e gonfi, di quello, che essi chiamano sapere, arrecandosi a gran vergogna, e direi anche a scrupolo, s'io non sapessi ch'e' si fingono quei ch'e' non sono, d'aver talvolta, interrogati, a dar quell'onorata, ingenua, e commendabile risposta, che spesso udij profferire dal mio Saggio Maestro, cioè. *Questa è una di quelle tante, e tante cose ch'io non so*; e talvolta, *questa è una di quelle tante cose, ch'io sò di non sapere*, sotto 'l manto di simulato zelo, con l'autorità ch'e' non (Galileo.)

anno, ma ch'e' ſi pigliano, vanno in congiunture opportune inſinuando ſimili ſtudi eſſer pericoloſi, e d'impedimento all'acquiſto di quel ſommo bene, al quale, ſopr'ogn'altra coſa, aſpirar dobbiamo; per introdurre così bel bello, ed in carità il diſprezzo, e l'odio verſo quel di ſublime, e di recondito ch'eſſi ignorano, & accreſcere in tanto la ſtima, e 'l credito a quel di abietto, e di popolare, che anche e' ſi preſumono di ſapere. Ma dicanmi, ſu quai fondamenti inſurgono a deteſtar in tal guiſa quel che non mai inteſero, non mai aſſaporarono? Forſe muovonſi dagli eſempli d'aver i Matematici co' lor Dogmi, co' loro Aſſiomi, e colle tante loro Dimoſtrazioni ſeminate zizzanie, ſedotti Popoli, ed infettate Repubbliche, Provincie, e Regni? E pure per quant'io leſſi non trova' mai che alcuno de' tanti perfidi Innovatori Matematico foſſe, e che di Angoli, Triangoli, Coni, e Piramidi, che ſono le acute armi ſue, ſi valeſſe. Chi poi, e quali e' foſſero non ſaprei dirlo; ma le Storie pur troppo lo diran loro. Io ſo ben queſto che in ogni tempo le Scienze Matematiche furono accolte, favorite, e protette, ed ancora attentamente ſtudiate, non ſolo da Principi, e da Monarchi, ma eziandio da Supremi Capi del Criſtianeſimo; e da Santiſſimi Padri in quelle verſatiſſimi magnificamente eſaltate, e fin coll'Opere loro illuſtrate; e più volte promoſſe da Sacratiſſimi Porporati, e di continuo profeſſate da Religioſi di rifulgente luſtro nella Chieſa Romana, ma in iſpecie da' Seguaci del ferventiſſimo Ignazio, nella di cui inclita Compagnia, ſe non aveſſe fiorito ſempre, quaſi che per natural diſcedenza, numeroſa ſerie di Geometri, e Teologi inſieme celebratiſſimi, che quì, lungo ſarebbe il ridirgli (tralaſciati tanti altri Matematici, viventi in eſſa, di chiaro nome) il ſolo eſempio dell'inſuperabile Ingegno del ſapientiſſimo, e candidiſſimo P. Onorato Fabbri colle tante ſue famoſe Opere, e Teologiche, e Fiſiche, e Matematiche di ſalda, e di ſingolar dottrina ripiene; e (tra i Religioſi al Secolo di rinomata venerazione) il ſolo, per meriti, eminentiſſimo, Sig. Ab. Michel Angelo Ricci, onor del Secol preſente, e vera Idea di ſinceriſſima integrità, come nobile Poſſeſſore d'ogni più grave, e profonda letteratura, e come Geometra di ſoprumana inventiva, dovrebbero

bero pûr esser valevoli a confonder Genti di così mal talento, e ad attutire le lor malotiche lingue. Ma non ostante così degne testimonianze l'atra Ipocrisia di Costoro, d'apparente candor travestita, a tal segno arriva, che anche gli induce a manifeste, & esorbitantissime contradizioni a' lor medesimi detti; poichè, pronunziando ad ogn'ora, colla lingua almeno, se non col cuore, che tutte le Fatture di DIO, & i Cieli in particolare cantano l'immensa gloria di quello, e che in loro si vede scritta la Maestà Sua a caratteri di luce, e che quivi dobbiamo leggerla; accanto, accanto vanno insinuando per degne d'esser proscritte le Matematiche tutte, ed in conseguenza la Venerabil Astronomia, il di cui sublime, e singolare oficio si è il richiamar l'Anime di noi Mortali al riconoscimento di lor alta origine, e con liberarle dal basso carcere di questa Terra, su l'ali della Geometria sua Nutrice, e dell'Ottica, e dell'Arimmetica sue inseparabili Compagne, trasferirle colassù a contemplar con indicibile stupore per entro l'immense, e lucide Regioni del Cielo quegli innumerabili Mondi con magistral simetria collocativi d'un'ordinatissima confusione; anzi pur seminati, o sparsivi con generoso disprezzo per mano prodiga del lor medesimo CREATORE.

MA quì si avverta, che, in celebrando l'Astronomia, e la Matematica, io non ebbi in considerazione la profession di coloro, de quali scrisse Tacito, *Genus Hominum Potentibus infidum, sperantibus fallax, quod in Civitate nostra, & vetabitur semper, & retinebitur.* Non intesi parlar di quei, che, appresso l'indotto Volgo, colle vane loro superstizioni, e falsi indovinamenti si usurparono indegnamente il nome degnissimo di Matematico, e indifferentemente confusero l'Astronomia coll'Astrologia. Non intesi dico degli Astrologi Giudiciari, obbrobrioso avanzo di que' Caldei, che appestarono già il Mondo, e come contagiosi, e malefici, fin dalla cieca Gentilità con replicate leggi sbanditi furono dall'Italia, ed in ogni tempo dichiarati meritevoli di severissime punizioni, e contro de quali ancora fulminarono rigorose, non men che giuste censure, i Sacrosanti decreti de Romani Pontefici, ammaestrati, mi cred'io, dal DIVINO SPIRITO, che, se *Ignorat Homo, quid ante se fuerit,*

Nell'Istorie Lib. 1.

Ecclesiaste Cap 10.

fuerit, & quid post se futurum sit ei, quis poterit iudicare? Io solo intesi, ed intendo di commendare i Matematici speculativi, indagatori delle mirabili proprietà della quantità continua, e de numeri. Intendo esaltar gli Astronomi, che anno per oggetto, i moti, i tempi, le grandezze, le figure, e le distanze delle più nobili Creature dell'ONNIPOTENZA INCREATA. Gli uni, e gli altri di questi, col proporci le maraviglie del Cielo, e della Natura, ci eccitano ad ammirar la grandezza di DIO, il quale, quasi dissi, occupato sempre in geometrizzare, cioè a dire, nè i ben proporzionati lavori delle infinite, ed ammirande verità ch'ei maneggia, per via di que' pochi, e menomissimi ritagli, che di lassù ce ne cadono fra le mani, ci fa riconoscere la sua interminata Sapienza, e ci dimostra la misera nostra ignoranza, obbligandoci a confessare. *Quod omnium Operum DEI nullam possit Homo invenire rationem eorum, quæ fiunt sub Sole, & quantò plus laboraverit ad quærendum, tantò minùs inveniat, etiam si dixerit Sapiens se nosse, non poterit reperire.*

Cap. 8.

OR non son questi, della cognizione di DIO, e di se stesso, acquisti di tesori assai più preziosi di quei, che possan mai riportarsi da qualunque più avventurosa navigazione? Ed in vero, che per giugnere a conseguirgli (fuor delle soprannaturali Scienze riservate a' supremi P. P. ed a sommi Teologi dalla DIVINITA' illuminati) non vi è mezo più atto, nè più potente della Geometria, Amica giurata della Natura, e gratissima a DIO, e per le di cui mani ess'IDDIO *Omnia in Mensura, & Numero, & Pondere disposuit.* Che se una volta Costoro si fossero risoluti di cominciare a addomesticarsele, avrebbero ben compreso (come ne avvertì loro il gran Galileo) *che quella vana presunzione, che dianzi avevano d'intender, e di saper tutto, non veniva da altro, che dal non aver mai saputo, nè inteso nulla: e dopo avere sperimentato una sol volta ad intender perfettamente una sola cosa, e gustato veramente com'è fatto 'l sapere, conoscerebbero, che, dell'infinito dell'altre conclusioni NIVNA, NIVNA affatto ne intendono*, e s'accorgerebbero gli Infelici d'aver peregrinato il tempo di vita loro a chius'occhi, e vissuto mendicando; all'altrui mercede, e col sempre starsene a detta di Favolatori, e di Menzognieri senza *MAI, MAI, MAI*, veder in viso la *VERITA'*.

Sapienza Cap. 11.

TAC-

TACCIANSI fra tanto questi Falsari della vera bontà, Rebelli à IDDIO, e Nemici infestissimi degli Amatori del vero, e degli industriosi Cultori delle Matematiche Discipline, e tu Studioso Giovane, che intento sei ad erudirtene,

Non ti curar di lor, ma guarda, e passa.

Dante Infer. Canto 3.

GVARDATI, volli dirti, dal dar orecchio ad un altra sorta di Guastatori spropositati, e ignoranti, ma non men presuntuosi degli altri, i quali ambiziosi, e vaghi d'acquistar nome, si pongono sul grave posto di Pirroni, tentando di rimetter sù l'antica Setta degli Scettici, col negar i principi della Geometria noti fino a Fanciulli, e perciò indubitabili, come insegnati loro dalla Natura.

DISSI spropositati, perchè questi medesimi, che deridon la Geometria, lodan le pratiche Operazioni, che ann'origine da quella, che è giusto giusto come se altri commendasse gli scherzi vari delle fonti, e disprezzasse poi l'Elemento dell'acqua, senza riguardo, che se questo non fosse di sua natura fluido, trasparente, e operante col momento di sua gravità specifica, e della sua propria altezza, niuno di que' dilettevoli effetti si goderebbe.

DISSI ancora Ignoranti, perchè mancando questi della più nobile prerogativa dell'anima ragionevole, da Savi d'ogni età raffigurata per una spezie di facultà creatrice, che assai più d'ogn'altra ci approssima, e ci rende simili al CREATORE (parlo di quel retto, e ben ordinato passaggio da verità note ad ignote, che da primi Vomini fu chiamato Inventiva) incapaci del gran pregio di questa, l'aborriscono, e disprezzano in quei, che dall'AVTOR DELLA VERITA' se ne trovano punto punto privilegiati; nè s'accorgono i miseri, che se negli andati Secoli non fossero stati Inventori, e nelle Scienze, e nell'Arti, il Mondo sarebbe sempre come nascente, e tutto involto in densissime tenebre d'ignoranza, nelle quali trovandosi immersi Costoro, lodano solamente quegli esercizi, che son da loro, dove cioè si richiede una assidua fatica di schiena, o un giocar di memoria, e burlansi degli altri studi, che voglion opra d'ingegno, finezza di giudizio, e perspicacia nell'Inventiva, delle quali doti i Poverelli trovansi sprovveduti: ond'è, ch'e' van seminando questa dottrina, che le Matematiche speculative sieno studi

ari-

aridissimi, e che si perdano intorno a frivole sottigliezze, di niun profitto nè a se, nè al Pubblico, nè al Privato; e che assai più vaglia un'oncia di pratica, che cento, e mille libbre di Teorica, e cose simili solite andar per le bocche del Volgo ignaro. Quì con ben quattro esempi di casi avvenuti potrebbesi far loro toccar con mano quanto sien falsi i lor detti, col dimostrare che per mancanza di Matematica seguiron già inconvenienti gravissimi, ed inreparabili; ma perchè al fatto non è rimedio, è anche superfluo il parlarne; bastando risponder a simil Gente, che ve n'è pur in gran numero, *Nè Sutor ultra crepidam, & quam quisque norit artem, in hac se exerceat*.

ALTRI poi ve ne sono, di gran circuito ben sì, ma contenente assai poco spazio, i quali avendo le Matematiche, e per belle, e per buone, senza cercar altro di loro si danno a credere, ch'elleno sieno studi sol per ornamento del Cavaliere, com è forse il ballare, il saltar a Cavallo, il romper leggiadramente una lancia, o il far simil altri lodevoli esercizi, quantunque per avventura non de' più necessari. Da questi tali, che più oltre non sanno, io non premo tanto, o nobil Giovane, che tu fugga come dagli altri, anzi ti esorto a prestar lor fede, e dopo l'essersi ben corredato, di tanti, e così degni ornamenti, ad oggetto di renderti anche più riguardevole, provati un poco, in grazia del VERO, a imparar a conoscere, & a rilevar i caratteri di quel primitivo Idioma, con cui, dettante la SOVRANA SAPIENZA, di propria man della Geometria furono scritte in cifra l'eterne Opere di quella, tutte egualmente maravigliose, e delle quali è permesso tal ora deciferar di quaggiù qualche breve passo da chi sol se ne procura la chiave, e la contraccifera, che, come udisti poc'anzi, sta espressa colle figure, e spiegata dall'infallibili prove della medesima Geometria, unica Segretaria, e Interpetre fedele della riposta *VERITA'*: che se mai per tua gran ventura ti sortirà balbettare, non che parlare spedito sì bel linguaggio, io ti assicuro che ornatissimo allora, anzi beato in terra ti chiamerai. Trattanto sappi, e sappianlo ancora quei, che fin a quì ti ò descritti, che *a giudizio de Savi universale*, *E DI CHI QUA' EREDITO' IL FILOSOFAR COL REGNARE*, quanto di buono, di onesto, d'utile, e dirò ancora di vago, si esercita nel viver civile,

tutto

tutto per singolar dono celeste trae l'origin sua, e suo' natali dalla sola Geometria feconda Madre dell'altre Teoriche dimostrative, applicate, oltre alla Filosofia naturale, alle pratiche, e dell'Arimmetica, e dell'Astronomia, e della Musica; e delle Meccaniche, e delle Prospettive: alla Geografia, alla Cronologia, & alla Nautica; oltre all'esser di sommo aiuto, in sentenza del grand'Ipocrate, alla stessa Medicina,& in somma a tutte le Arti, e facultà ridondanti a comun beneficio, & ad onesto diletto degli Vomini.

CHE se la nostra Chiesa Cattolica si gode comodo,e quiete dalla Correzion Gregoriana del Calendario. Se un Colombo,un Vespucci arditamente s'espongono a gli insulti di Mari ignoti per tentar la conquista di nuovi Mondi,e con prosperità secondante i presagi loro la conseguiscono. Se il nostro divino Galileo investiga di proprio ingegno, appena uditone il grido, il più ammirabile fra gli Strumenti da umana industria inventati.Se con esso armatane la propria vista, da questi bassi a' sublimi oggetti rivolto, trapassa ad isvelarcene innumerabili Stelle fregiate di viva luce, & oltre a tante

Nuove cose, e giammai più non vedute

osserva, il primo, con maravigliosa accortezza, il suo benefico Giove, non da una sola, ma da quattro Lune assistito, e consagrata questa (che ben può dirsi

Clara Deum Soboles, Magnum Iovis incrementum)

all'Augusta Prosapia del *SVO SIGNORE*, e sì esequiti gli ALTI ETERNI DECRETI, gli sovvien subito d' interessarla col suo fortunatissimo Occhiale al glorioso guadagno della tanto ricercata invenzione del navigar per lunghezza, & alla correzion geografica dell'Isole, delle Coste, e de Continenti; e perciò con Atlantiche fatiche, e per tanti lustri osserua, e rintraccia al fine l'esatte misure de' moti,e de' giri di questa, coll'inclita *FAMIGLIA MEDICEA*, quasi dissi, *GIOVIALE CONSORTERIA*. Se il medesimo Galileo Ristauratore, o più tosto Inventor del vero, e saldo filosofare, anatomizza, per così dir, la Natura; e a confusion de passati Filosofanti s'interna a contemplar le più riposte passioni del moto, per cui essa Natura,

Dal gran *Maestro di color, che sanno*,

Petr. Trionfo 3. d'Amore.

Vergilio Egloga 4.

Dante Inf. Canto 4.

 vien

vien difinita, e lo ferma egli il primo, e lo ſottopone alle rigide leggi dell invariabile Geometria, applicandolo di più con Matematico artifizio alle pratiche militari; e sì per ogni guiſa,

Lucrezio lib. 1.

Nec Mare, nec Tellus, nec Cœli lucida Templa

eſenti vannoſi dalla curioſa, e nobile perſecuzione di queſto perſpicaciſſimo Lince, il tutto fu pur opra d'una profonda cognizione delle dottrine de' tempi, e de' numeri; della forma, e conſtituzione delle parti dell'Vniverſo; dell'ordine, moto, e via de raggi viſivi sì rifleſſi, come rifratti; e del mirabile operare della Natura con Matematiche dimoſtrazioni penetrato, Scienze tutte Suddite obbedientiſſime alla Geometria lor Regina? Ma ſe ciò non oſtante, queſt'Anime ſmarrite, e inviluppate quà di ſoverchio tra i lacci de terreni intereſſi, ſcordateſi in tutto di quel di Diuino, che anno in loro

Petrarca Son. 320.

Al ver non volgon gli occupati ſenſi,

ma ſol rimirano al compiacimento, & a gli agi del proprio corpo, aſſiduamente anelando di poſſeder quaggiù quel, ch' eziandio poſſeduto, non ſarà loro, ſappiano almeno, che ſe la regola aurea governa tutta la Mercatura, di cui *la Turba al vil guadagno inteſa* fa sì gran conto, l'Arimmetico Geometra l'inventò. Se la buſſola, e la carta con acquiſti di teſori immenſi reggono la Nautica, il Geografo Matematico a così grand'uſi quella applicò, e queſta deſcriſſe, e ſi preparò. E che una ſola Propoſizione d'Euclide, una ſola d'Archimede dan legge, e regola, queſta alla Meccanica tutta, e quella alla Altimetria, alla Geodeſia, & ad altre ſimiglianti pratiche, ſole avute in prezzo da Coſtoro, i quali ſe abili foſſero d'andar diſcorrẽdo, e con progreſſo retrogado eſaminando, quali ſieno ſtati i principi delle più rilevanti operazioni, e de' più inſigni ritrovamenti dell'Vomo, riconoſcerebbergli in fine dal Matematico ſpeculativo, e per conſeguente dal Geometra, che a quello inſeparabilmente precede: e così eſclamerebber anch'eſſi col Divino Filoſofo, doverſi dar ordini rigoroſi, che niuno di queſta fioritiſſima Città noſtra ſia tanto ardito, qual Pirrone, o Ariſtippo, di diſprezzar la Geometria, eſſendochè, quelle coſe ancora, che paion eſſer affatto fuor di ſua sfera; e che non abbiano che far con eſsa, non ſon già di poco rilievo, ma rilevantiſſime, ed alla Repubblica neceſsariſſime.* Ma troppo io mi ſon dilungato dall'intrapreſo Racconto.

** Del gran pregio della Geometria, di cui sì poco aviam detto, e molto ſcriſſero tanti celebri Autori, aſſai più di recondito, e di ſingolare poſſiam probabilmente ſperar di ſentire dal noſtro dottiſſimo, & eruditiſſimo Signor Carlo Dati, inſigne Profeſſore in queſto nobile Studio di lettere greche, e latine, in alcuna delle ſue veglie Fiorentine, che già un tempo ei ci fa avidamente deſiderare.*

Inva-

Invaghitomi io dunque, per divina grazia, di scienza così sublime assai più godevo di farvi studio per me medesimo: ma appena ebbi scorsi i primi Elementi, che impazziente di vederne l'applicazione, passai alla scienza de' moti naturali nuovamente promossa dal Galileo, e che allora appunto era uscita in luce: ed arrivato a quel principal supposto, che le velocità de' mobili naturalmente discendenti per piani d'una medesima elevazione sieno uguali tra loro, dubitai, non già della verità dell'assunto, ma dell'evidenza di poterlo supporre come noto: Onde, perche, mediante il sopraddetto Padre Clemente, mi s'era già aperto l'adito di trasferirmi spesso in Arcetri a godere de' suavissimi, e saggi ammaestramenti di quel buon Vecchio, il quale mi porgev' ardire di ricorrere a lui per la soluzione di quelle difficultà che (sì per fiacchezza del mio ingegno, sì per la novità di quell' argomento di Natura Fisico, e perciò non interamente sottoposto all' inrefragabili evidenze Geometriche) io fossi andato incontrando, lo richiesi un giorno di qualche più chiara confermazione di esso principio, con che porsi a lui occasione che in una delle seguenti notti, solite passarsele con molesta vigilia, egli ne ritrovasse la dimostrazione Geometrica Meccanica, deducendola dalla dottrina da lui stesso dimostrata già contro ad'una Proposizione di Pappo Alessandrino, la quale egli aveva confutato in quell'antico suo Trattato di Meccaniche dato fuori per la prima volta dal Padre Marin Mersennio Celebre Matematico Franzese.

Permettendo dipoi la BONTA' SUPREMA, che dopo quattro mesi di studio di Geometria verso il principio del 1639. il Galileo mi volesse appresso di se come suo Ospite, e Discepolo, per guidarmi così cieco ch'egli era, co' suoi amorevoli insegnamenti per quel sentiero, che egli ogni giorno più mi dav' animo di proseguire, volle che quivi io facessi il disteso della dimostrazione di quel Teorema per supplire alla di lui cecità, che gli toglieva il così bene spiegarsi, dove occorrevano far figure, & appor caratteri; e di tal disteso mandò egli copia subito al P. Abate Don Benedetto Castelli Monaco Cassinense, e nobil Bresciano, uno de' suoi più antichi, e devoti Discepoli, & insigne per l'egregia sua Opera della misura dell'acque correnti; Trattato Elementare da esso nuovamente promosso. Di questo Teorema stesso mandò poi copia il Galileo a diversi altri Amici per l'Italia, e fuori, & è quel medesimo, che io con altre cose non più stampate somministrai all' ultima impressione di tutte l'opere di lui fatta in Bologna nel 1656. come qui

vi si vede a facce 132. del Terzo Dialogo. Questa medesima proprietà la confermò dipoi in varj modi il degnissimo Successore del Galileo, Evangelista Torricelli, nel suo Trattato de' Moti, quando non aveva avuto notizia ancora di quella di esso Galileo, con valersi però, in alcuno di que' modi, di certe altre proprietà dimostrate già da questo in quel suo antico Trattato di Meccaniche, poco avanti quì nominato. La medesima passione volle ancora con sottilissimo progresso autenticare quel sublime ingegno di Cristiano Vgenio nell'opera sua due anni sono pubblicata, e con stupor de' Matematici applaudita, trattante del moto de' Pendoli; e l'istessa pure si prese ultimamente a confermare, & a stabilire l'ingegnosissimo Sig. Alessandro Marchetti Filosofo Ordinario nella celebre Accademia Pisana.

Per una simile occasione di dubitare intorno alla quinta, ed alla settima difinizione del Quinto d' Euclide mi aveva per avanti conferito il Galileo le dimostrazioni di quelle difinizioni del Quinto Libro senza però applicarle a figure, che, fermatomi poi in Arcetri, egli mi dettò in Dialogo assai prima della venuta quivi del Torricelli quando ancora il Galileo non aveva risoluto di porla nella quinta Giornata, ma pensava tuttavia d'aggiugnerla alla quarta a facce 153. dell'impressione di Leida, dopo la prima Proposizione de' Moti equabili nel caso del ristamparsi con l'altre opere sue quell'ultima delle due nuove Scienze. Questa tal dettatura diede poi qualche facilità al medesimo Galileo, ed al Torricelli per fare quel più amplo disteso in Dialogo, che si è veduto: e la medesima, come inutile, rimase a me, & ancora la conservo. Mi restò in oltre quella breve lettera indirizzata dal Galileo al Sig. Conte Piero de' Bardi in soluzione del Problema, onde avvenga che d'estate l'acqua del fiume, a chi v' entra, appaia prima fredda, e poi calda assai più di quella stessa aria temperata, che prima, trovandosi bagnato, fredda appariva. Dettommi dipoi quella lunghissima lettera in data de' 25. Marzo 1641. scritta allora al Serenissimo Signor PRINCIPE LEOPOLDO di Toscana, oggi l'Alt. Reverendissima del Sig. CARDINAL DE' MEDICI, il quale col solito stimolo d'erudirsi l'aveva richiesto del suo parere intorno al Cap. 50. del Litosforo del Famoso Filosofo Fortunio Liceti, dove questi confutava l'opinione del Galileo riferita nel suo Trattato delle Macchie Solari, & altrove ancora: ma questa lettera fu poco dopo stampata dal Liceti stesso in una sua replica, e di nuovo nell'impressione Bolognese dell'Opere del Galileo insieme con la sopraddetta lettera al Sig. Conte Bardi, e con l'altra ancora al Sig. Conte Alfonso Antonini.

Nel susseguente mese d' Aprile 1641. giunse di Roma in Firenze per passare a Venezia al suo Capitolo Generale il predetto Padre Abate Castelli, che si trasferì di subito dal Galileo, dove io pur mi trovava, & avendo egli appresso di se il Manoscritto di quel Trattato del Moto, composto allora da Evangelista Torricelli, il quale 10. anni indietro era stato suo Scolare nelle Matematiche, fece sentire in ristretto al Galileo il contenuto, e la diversa maniera che in varj luoghi aveva praticato quegli per ampliare la di lui maravigliosa Scienza del Moto naturalmente accelerato, e del violento. Si rallegrò questi che in vita sua avesse già preso così grand' agumento, e favore quella dottrina da se nuovamente promossa, e di quì, e dalle relazioni dategli da quel Padre dell' altre singulari qualità del Torricelli, fece egli di questo concetto altissimo, nè s' ingannò. Con tale occasione considerando il Padre Abate Castelli, che per la compassionevole cecità, e per l' età ormai cadente del Galileo si correva pericolo di perder quel residuo delle di lui speculazioni non pubblicate, che egli sapeva non esser ancora poste in carta, prese animo di proponergli il Torricelli per Aiuto a farne il disteso, & il Galileo ben volentieri accettò uomo così degno, e per Aiuto, e per Compagno, e restò col Padre Abate, che al suo arrivo in Roma l' avrebbe potuto incamminar liberamente a questa volta. Si trattenne questi in Venezia assai più del credutosi, e perciò non prima che il dì 10. d' Ottobre 1641. seguì in Arcetri la nobil Copula di questi due gran Lumi nel Sistema Filosofico, e Matematico.

Immantinente cominciò il Galileo a comunicar al Torricelli ciò che allora ei meditava di spiegar in Dialogo in altre Giornate: ma, iniqua sorte invidiando a gli uomini acquisti, e cognizioni maggiori nelle Scienze (appena scorsi tre mesi, dopo la congiunzione di questi Pianeti al Mondo Letterato così benefici) interposesi fra di loro, eclissandoci per sempre il maggiore concedutoci da DIO Sommo Sole per discoprir ne' Cieli, e nella Natura maraviglie non più vedute, e verità ammirande state occulte a tutta l' Antichità.

Dentro sì breve tempo, e del quale la malattia stessa del Galileo portò via la parte maggiore, altro non potè fare il Torricelli, che la bozza del disteso della quinta Giornata quì avanti riferita (la quale egli, seguìta la morte del Galileo, si ritenne per ridurla al segno che s' è veduta) e non so quali cose a parte intorno alla forza della percossa.

Erede del Galileo fu il Dottor Vincenzio suo figliuolo, uomo di non volgar letteratura, d' ingegno perspicace, e inventivo di strumenti

Meccanici, & in particolare musicali, e fra gli altri d'un Liuto con tal'arte fabbricato, che sonandolo egli per eccellenza, cavava ad arbitrio suo dalle corde le voci continuate, e gagliarde, come se uscissero dalle canne d'un'Organo: & in vero con suavissima armonia, come più volte io l'udj nel trovarmi in sua casa; imperciocchè quell'amica corrispondenza, che seco io aveva contratto vivente il Padre, la medesima continuò tra'l Figliuolo, e me fin ch'ei visse. Nelle mani di questo, (il quale col Torricelli, e con me aveva assistito alla malattia, ed alla morte del Galileo suo Padre seguita a gli 8. di Gennaio 1642.) veddi oltre alle bozze Originali dell'Opere già stampate, quelle ancora di varie lettere, e discorsi, scritti dal Galileo in diversi tempi in occasioni di ragguagliare, o di rispondere, o di dir pareri sopra quesiti fattigli, o simili, che di tutte si contentò, ch'io ne avessi copia, dettandomene molte da se stesso, quando, e bene spesso mi ritrovavo da lui: se bene ò veduto poi che della maggior parte di queste vanno attorno altre copie pur manoscritte.

Tra le dettatemi, tre ve n'erano, ch'io sapeva di certo non esser ancor fuori in istampa, ma non sapeva già il Sig. Vincenzio, nè meno io, se ne fossero copie altrove, credendosi allora più tosto che nò.

La prima contiene il disteso di sei Operazioni Astronomiche, di quelle, mi cred'io, mentovate in quest'ultima nota dal Galileo, dall'introduzion delle quali manifestamente apparisce, che tali Operazioni sarebbero state molte più in numero. So bene che queste poche, lette da me, si meritaron l'applauso d'uno degli Eminenti Letterati della famosissima Adunanza Reale di LVIGI IL GRANDE mio Sig. Clementissimo, che fu il Sig. Gio: Domenico Cassini, celebre Astronomo, quand'un'Estate molti anni sono egli fu qui di passaggio.

La seconda consiste in numero 12. Problemi, o Questioni spezzate del medesimo Galileo, parte delle quali si vedono risolute in alcuna dell'Opere sue fin quì stampate, e l'altre son forse di quelle della nota sopra riferita. Questi Problemi erano di mano del Sig. Vincenzio, che dissemi avergli distesi lui medesimo su le soluzioni spiegategli dal proprio Padre, già cieco, in alcuni giorni, ne' quali avanti al mio stanziare in Arcetri egli andava colà a visitarlo: E tanto le sopradette Operazioni Astronomiche, quanto questi Problemi, insieme con quei più (che impossibil'è indovinar quali, e quanti) parmi che dovevan comprendersi nella continuazione della quinta Giornata scritta dal Torricelli, dopo qualche esplicazione, & aggiunta ad alcuna delle cose dette nelle precedenti quattro Giornate; e nella medesima quinta, si avevan ad esaminare, e risolvere que' Problemi diversi,

e parti-

e particolarmente d' Aristotile, & in specie del Trattato del muoversi degli Animali.

La terza scrittura dettatami, è un' altro principio di nuovo congresso, intitolato Ultimo, *forse così detto dal Galileo avanti che gli venisse concetto di ridurre anco le postille a' suoi Oppositori in forma di Dialogo. In questo Congresso il Galileo introduce (al solito) per Interlocutori il Salviati, ed il Sagredo, escludendo Simplicio, e ponendo per terzo quel sopranominato Sig. Paolo Aproino stato già suo Uditore delle Matematiche in Padova. Tal principio è disteso in Dialogo in sei fogli in circa, dove si spiegano alcune sperienze fatte dal Galileo fin ne' tempi, ch' egli era colà Lettore, allora che andava investigando la misura della forza della percossa (che in ultimo egli considerò come infinita) e questa materia, dopo spiegate le sperienze, voleva il Galileo trattar matematicamente in tutto 'l restante di tal Congresso, come terza Scienza, dopo le due già promosse da lui medesimo, e con questa finir di pubblicare il rimanente delle sue più elaborate fatiche, quale sarebbe stata questa, intorno alla quale egli medesimo disse aver consumato molte migliaia d' ore speculando, e filosofando, & avervi in fine conseguito cognizioni lontane da' nostri primi concetti, e però nuove, e per la loro novità ammirande.*

Finalmente per quanto si cava dalla suddetta nota del Galileo de' 23. Gennaio 1638. di ciò che gli rimaneva da scrivere, e pubblicare, dovevansi comprender in un' altro Dialogo, che sarebbe stato il settimo (oltre a' primi quattro de' due massimi sistemi) tutte quelle note, osservazioni, e repliche da lui chiamate postille, fatte intorno a' luoghi più importanti de' libri di coloro che gli avevano scritto contro.

Immensa dunque è stata la perdita delle preziose speculazioni rimaste entro sì ricca miniera d' un tanto Filosofo, e Matematico; ma siccome quella della percossa è stata poi egregiamente trattata dal celebratissimo Sig. Gio: Alfonso Borelli, così è da aspettarsi che segua dell' altra da esso promessaci de' Moti degli Animali, in quella guisa ancora che dall' acutissimo Sig. Lorenzo Bellini insigne Anatomista nel famoso Studio Pisano si attende di veder matematicamente trattata la materia fin' ora oscurissima della respirazione, che egli stesso ci fa sperar di godere in breve, per la quale ben si vedrà (come nella sua Miologia lo dimostrò pure il Dottissimo, e Candidissimo Sig. Niccolò Stenoni) quanto vaglia, e quanto sia necessaria al Filosofo, all' Anatomista, & al Medico la nobile, ma negletta Geometria.

Ma

Ma tornando alla copia, ch' io mi ritrovo della Scrittura intitolata Vltimo Congresso, questa, in alcuni luoghi dov' io aveva qualche difficultà, mi fu in aiuto a riscontrarla col proprio suo Originale, il Molto Reverendo Sig. Cosimo figliuolo del suddetto Sig. Vincenzio, e degno Nipote del Galileo, prima che egli partisse di Firenze per passare al servizio suavissimo dell' Eminenza Reverendissima del Signor Cardinal Barbarigo mio Benignissimo, e Riveritissimo Sig., & in quell' occasione dissemi averne egli medesimo già dato fuori altre copie. Col di lui aiuto riscontrai ancora la mia copia col suo Originale delle Operazioni Astronomiche, e nel margine di quello sovviemmi ch' io feci di mia mano una certa nota. Ebbi finalmente di mano del medesimo Sig. Cosimo copia d' un frammento di parere, o risposta del Galileo a quesito Meccanico, e mi permesse il copiare certe postille da' Libri d' alcuni de' Contradittori alle di lui prime Opere. So inoltre che esso Sig. Cosimo aveva un' esamina, & alcuni calculi fatti in proposito di que' del Chiaramonti in materia della Stella nuova, siccome altre simili postille, e risposte a varj degli Oppositori più moderni, delle quali cose mi son poi meco stesso più volte doluto di non m' esser fatto dar copia, per essere il Sig. Cosimo, già son due anni, passato a miglior vita in Napoli, dove egli era Superiore di quella Congregazione della Missione, e per diligenze fatte allora da me colà, & a Roma, d' ordine ancora del Sig. Carlo, fratello (per la Dio grazia) vivente del medesimo Sig. Cosimo, si ricevè per risposta, che un' anno avanti, prima di tornare a stanziare a Napoli, egli aveva stracciato, e abbruciato in Roma gran quantità di Scritture, tra le quali non si sà se vi erano i sopraccennati Originali, & i libri postillati, &c. giacchè non erano tra quelle Scritture che furono riceuute quattr' anni sono da me per mano del detto M. Reuerendo Sig. Cosimo l'ultima volta ch' egli se ne tornò di qui a Roma per passar a Napoli, com' apparisce dall' Inventario, che fatto da esso, e da me sottoscritto, rimase allora nelle mani del soprannominato Sig. Carlo suo fratello ultimo de' tre felici Nipoti del Galileo.

Le Scritture del sopraddetto Inventario consistono, (fuori d' alcuni discorsi, e lettere di Altri) o in bozze dell' Opere stampate del Galileo, o in discorsi, e lettere del medesimo, che di già si vedono fuori sparse; e solo tra le cose del Galileo, ch' io non so che ne vada copia attorno, due ve ne sono.

La prima, un manoscritto del Galileo in più quinternetti in ottavo intitolato fuori sulla coperta De Motu antiquiora, il quale si riconosce esser de' primi giovenili studj di lui, e per i quali nondime-

no si vede, che fin da quel tempo non sapev' egli accomodare 'l libero 'ntelletto suo all'obbligato filosofare della comune delle Scuole. Quello però di più singulare, che è sparso in tal manoscritto, tutto, come si vede, l'incastrò poi egli stesso opportunamente a' suo' luoghi nell'opere, che egli stampò.

L'altra è un libretto in foglio di mano del Padre Don Benedetto Castelli intitolato. Errori del Signor Giorgio Coresio, raccolti dalla sua Operetta del galleggiar della figura, ma con qualche postilla, e rimessa in margine di mano del Galileo; dal che, siccome dal vedere che le bozze delle Risposte, e Considerazioni di esso Padre Castelli contro al Grazia, & alle Colombe sono, per la maggior parte, di mano del medesimo Galileo, io prendo occasione di credere, che, e quell'Opere, e queste fossero dettate, se non in tutto, almeno in qualche parte da esso Galileo al detto Padre, e poi da lui fatte pubblicare, & a lui attribuitele, forse per non dar' onor di soverchio col proprio nome a' suoi così deboli Oppositori. Non sò già per qual cagione questa risposta al Coresio non uscisse allora in luce coll'altre due, giacchè, per esser coll' approvazione de' Superiori, non restav' altro che metterla sotto 'l Torcolo: ma forse di ciò ne dà, benchè oscuramente, qualche cenno il medesimo Padre Abate Castelli nella Dedicatoria di quelle sue Considerazioni stampate.

Restami ora a dir quant'io sò intorno all'uso delle catenuzze promesso dal Galileo nel fine della quarta Giornata, riferendolo quale egli me l'accennò quando, presente lui, io stava studiando la sua Scienza de' Proietti. Parmi dunque che egli intendesse di valersi di simili catene sottilissime pendenti dall'estremità loro sopra un piano, per cavar dalle diverse tensioni di esse la regola, e la pratica di tirar coll' artiglieria ad un dato scopo. Ma di questo a sufficienza, e ingegnosamente scrisse il nostro Torricelli nel fine del suo Trattato de' Proietti, onde tal perdita rimane risarcita.

Che poi la sacca naturale di simili catenuzze s'adatti sempre alla curvatura di linee Paraboliche, lo deduceva egli, se mal non mi sovviene, da un simile discorso.

Dovendo i gravi scender naturalmente colla proporzione del momento, che essi anno da' luoghi dove e' son' appesi, & avendo i momenti de' gravi uguali attacati a' punti d'una libra sostenuta nell'estremità, la medesima proporzion de' Rettangoli delle parti di essa libra, come il Galileo stesso dimostrò nel Trattato delle resistenze, e questa proporzione essendo la medesima che quella tra le linee rette, che da' punti di tal libra, come base d'una Parabola, si tirano pa-

ralelle al diametro di tal Parabola (per la dottrina de' Conici) tutti gli anelli della catenuzza, che son come tanti pesi uguali pendenti da' punti di quella linea retta, che congiugne l'estremità dove essa catena è attaccata, e che serve di base della Parabola, dovendo in fine scendere quant' è loro permesso da' lor momenti, e quivi fermarsi, fermar si douranno in que' punti, dove le scese loro son proporzionali a' propri momenti da' luoghi di dove pendono essi anelli nell'ultimo stante del moto; che poi son que' punti, che s'adattano ad'una curva Parabolica lunga quanto la catena, & il di cui diametro, che si parte dal mezzo di detta base, sia perpendicolare all'Orizonte.

Sappiasi finalmente, che del riferito, e scritto fin quì resta appieno informata l'Altezza Reverendissima del Sig. PRINCIPE CARDINAL DE' MEDICI, alla di cui straordinaria affezzione alle scienze, da essa ad alto grado non men possedute, che protette, dovete, o Lettori, aver tutto l'obbligo delle ricevute notizie, assicurandovi per la mia parte del continuato mio buon volere di far pubblico tutto ciò, che del Gran Galileo mio riverito Maestro per ora si stà privato, e sparso in diverse mani, e da me raccolto, di quello cioè, non solo, ch'io ricevei dal di lui Figliuolo, e dal predetto Nipote, ma di quell'ancora, che mercè alla protezione, e favore della prefata Altezza Reverendis., & alla cortesia d'Amici, e Padroni di quì, e fuori, dopo una particolare attenzione, e diligente ricerca m'è riuscito d'andar di quà, e di là rispigolando. Et affinchè segua ciò in forma la più copiosa che possibil sia, supplico tutti quegli, a' quali perverrà notizia di questi miei grati sentimenti, a voler essermi liberali in farmi pervenir i Trattati, o' discorsi, o le lettere ch'essi trovansi del Galileo non ancora pubblicate, o in proccurarmele da altre parti, perchè, oltre al non tacere il nome di chi a così nobil opera avrà contribuito, vi sarà in ricompensa, non dico il mio gradimento, che nulla vale, ma quello di tutta la Repubblica Letterata.

FRattanto, perchè tra' luoghi degli Elementi d'Euclide con varietà d'opinioni agitati quello ancora vi è, ormai vulgatissimo, intorno all'Angolo, detto del contatto, sopra del quale il Galileo participò già per lettera ad Amico suo con opportuna congiuntura il proprio sentimento, e questo parmi che sia molto plausibile, e degno dell'Autore, ò risoluto di aggiugnerlo quì, corretto intanto da' molti errori di stampa, che sono in essa lettera, la quale perchè venne inserita di passaggio dall'Amico stesso in una sua piccola Opera Matematica, trovo che a' pochi è pervenuta a notizia fin ora, siccome è nota a mè da poc' anni in quà.

PA-

PARERE DEL GALILEO

INTORNO ALL' ANGOLO DEL CONTATTO

Spiegato da esso in una lettera di risposta scritta dalla Villa d'Arcetri ne' 30. Ottobre 1635. a Giovan Cámillo Gloriosi Matematico Napoletano,

E stampata da questo nella sua terza Deca dell' Esercitazioni Matematiche a fac. 146. dell'impressione di Napoli nel 1639. in quarto.

Dopo d' accusare la ricevuta di questa. Deca inviatagli dall' Autore, così segue il Galileo.

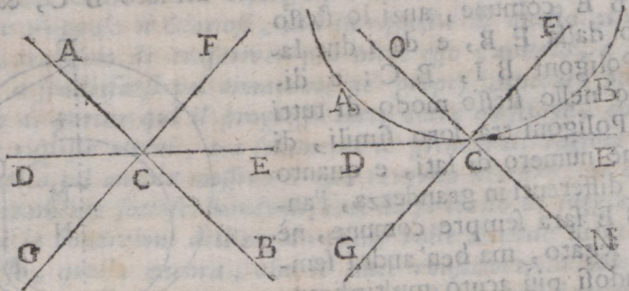
IN tanto, per segno d'aver pur veduto qualcosa delle sottilissime speculazioni di V. S. voglio conferirle certo mio discorso, che gran tempo fà mi passò per la fantasia, per provare, che l'angolo del contatto sia detto così equivocamente, e che insomma non sia veramente angolo, convenendo in questo col Vieta, le cui ragioni molto acutamente par che V. S. vada redarguendo; sicchè se mi mostrerà la fallacia della mia, che mi par poco men che concludente dimostrazione, bisognerà ch' io sia con Lei.

Stando dunque su la ricevuta difinizione, che *l' Angolo sia l' inclinazione di due linee poste in un piano, che si toccano in un punto, e non son poste fra loro per diritto*; figuriamoci un Poligono rettilineo, & equilatero inscritto nel Cerchio. E' manifesto le inclinazioni, o direzzioni de' suoi lati esser tante quanti gli stessi lati, se saranno di numero dispari, ovvero quanto la metà, se'l numero sarà pari (avendo gli opposti la medesima direzzione). Ora, se intenderemo a qualsisia linea retta A B *della seguente figura* esser applicato il lato C D d'uno di detti Poligoni; questo con quella non formerà angolo, camminando amendue per la medesima direzzione, ma ben lo formerà il lato seguente D E, come quello, che sopra la segnata retta si eleva, & inclinandosegli

ſopra la tocca. E perchè 'l Cerchio ſi concepiſce eſſer un Poligono di lati infiniti, è neceſſario che nel ſuo perimetro ſieno tutte le direzzioni, cioè infinite; e però vi è quella di qualſivoglia linea retta ſegnata, la quale non può 'ntenderſi eſſer altra, che quella del lato (degl' infiniti che ne à il Cerchio) che ad eſſa ſia applicato; adunque quello del Cerchio che alla linea retta ſi applica, non forma angolo con eſſa; e tal è il punto del contatto. Quì poi non ſi può dire, che ſe bene 'l punto che tocca, non contiene angolo colla tangente, tuttavia pur lo contenga 'l punto contiguo conſeguente; ſiccome nel Poligono, non il lato, che s' applica alla retta propoſta, ma il lato ſeguente è quello che l' angolo forma, e conſtituiſce; non ſi può dico dir queſto, perchè 'l punto, che ſuccede a quel del contatto, non tocca la retta, la quale da un ſol punto del Cerchio, e non da più vien toccata; ma nella difinizione dell' angolo ſi ricerca, oltre all' inclinazione, il toccamento ancora, adunque il chiamato angolo del contatto è con errore detto così, nè è veramente angolo, nè à grandezza alcuna.

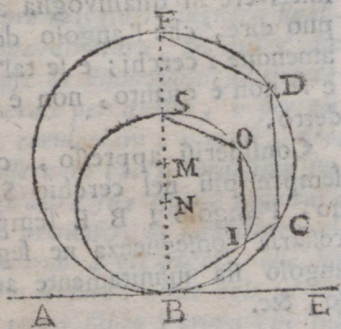
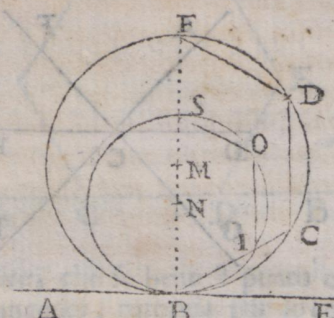
Sovviemmi anco, oltre a molt' altri, aver fatto un diſcorſo in cotal forma.

Se ſtando ferma la D E, intenderemo la ſegante A B girarſi ſopra 'l punto del ſegamento C, ſicchè dallo ſtato A B calando A verſo D, trapaſſi in G F, facendo l' angolo F C E ſuperiore alla D E, dove prima conteneva l' inferiore E C B; è manifeſto l' angolo B C E andarſi per tal converſione inacutendo, e riſtrignendo in modo, che finalmente la ſua quantità ſi annichili, e del tutto ſvaniſca, il che accaderà quando eſſa retta A B ſi congiugnerà con la D E. Ora applicando lo ſteſſo diſcorſo all' arco A C B ſegato dalla retta O N nel punto C, conſtituendo i ſuppoſti angoli miſti A C O, N C B; ſe intenderemo eſſa retta O N girarſi ſopra 'l punto C, da O verſo D inacutendo i detti angoli, e finalmente trapaſſando nello ſtato di G C F, ſicchè l' angolo inferiore N C B ſi faccia ſuperiore, come F C B, non comprendo come ciò poſſa accadere ſenza paſſar per l' annichilazione di eſſi an-

angoli, la quale annichilazione non può essere, se non quando essa retta convertibile non segasse più la curva A C B, il che

avviene quando essa si unisce con la tangente D E. Nell'arco dunque, e nella tangente non sono angoli, ma l' annichilazione degli angoli.

Il discorso anco, che vien fatto per confermare che l'angolo della contingenza non solamente sia quanto, ma talmente quanto ch'e' sia divisibile in infinito, mentre si descrivano cerchi maggiori, che passino per lo medesimo toccamento, è, s' io non m' inganno, manchevole; imperciocchè non l'angolo, il quale dico non aver quantità, ma ben lo spazio tra la circonferenza del minor cerchio, e la retta tangente vien diviso, e suddiviso dalle maggiori, e maggiori circonferenze; il che assai chiaramente mi par che si possa mostrare coll' esempio de' molti Poligoni rettilinei simili, e diseguali nella seguente maniera.

Sieno nella retta M B perpendicolare alla A E, i centri M, N, di due cerchi diseguali toccanti la A E nel medesimo punto B, & intendasi nel minore inscritto un Poligono equilatero, del quale sieno lati le rette B I, I O, O S, e prolungata la B I termini nella circonferenza del cerchio maggiore nel punto C; è manifesto la linea B C essere un lato del Poligono similmente inscritto nel cerchio maggiore, nel quale le due

CD,

C D, D F sieno lati conseguenti. Quì si vede che 'l perimetro E D C B divide ben lo spazio intercetto tra 'l perimetro del Poligono S O I B, e la retta B E; ma non però vien diviso l'angolo I B E, essendo 'l lato I B parte del lato B C, & esso angolo I B E comune, anzi lo stesso del fatto dalla E B, e da i due lati de' Poligoni B I, B C; e discorrendo nello stesso modo di tutti gli altri Poligoni tra loro simili, di qualunque numero di lati, e quanto si voglia differenti in grandezza, l'angolo I B E sarà sempre comune, nè giammai segato, ma ben' andrà sempre facendosi più acuto multiplicandosi i lati del Poligono; vero è che l'angolo I B E sarebbe esso ancora diviso dal lato d'un Poligono maggiore, tuttavolta ch'e' fosse di più lati, & in conseguenza dissimile. Di quì mi par che si possa ritrarre, che essendo i Cerchi tutti, poligoni simili di lati infiniti, applicandogli alla retta A E nel comune toccamento B, venga ben lo spazio tra la tangente, e l'arco interno B I O S, diviso dall' arco esteriore B C D F, ma non già l'angolo B, essendo comune ad amendue i poligoni; e l'essere i Cerchi tutti, poligoni simili di lati infiniti, toglie il potersi dire il Cerchio maggiore esser Poligono di più lati, che il minore, e perciò atto a dividergli il suo angolo, perchè siccome non si può intendere Poligono alcuno potersi inscrivere in un cerchio, benchè immenso, di lati innumerabili, che uno di altrettanti (e però simile) non si possa inscrivere in qualsivoglia altro, benchè piccolissimo, così non si può dire, che l'angolo del contatto non sia uno, e comune ad amendue i cerchi; e se tal'angolo non è divisibile, non è quanto, e se non è quanto, non è vero angolo, ma equivocamente così detto.

Considerisi appresso, che siccome multiplicandosi più, e sempre più nel cerchio S O B il numero de' lati del Poligono, l'angolo I B E sempre si fà più acuto, par che per necessaria conseguenza ne segua, che dove i lati sieno infiniti tal' angolo sia infinitamente acuto, cioè non quanto, e non angolo, &c.

Segue dipoi il Galileo con altro breve capitolo esaminando alcune conclusioni, che il Gloriosi inferisce dalle ragioni addotte dal sopranominato Francesco Vieta: Ma essendochè per l'intelligenza di tali ponderazioni converrebbe riferire, e ciò che scrisse l'istesso Vieta, e ciò che v'oppose il Gloriosi, con la risposta di questo al medesimo Galileo, tralascio di trascriver più oltre esso Capitolo, e rimetto i Curiosi, a soddisfarsi pel rimanente ne' proprj Autori; poichè non ò preteso di portar quì il progresso tutto della quistione, con le proposte, e risposte altrui, ma solamente le principali ragioni, che a stimar nullo tal angolo mossero il mio reverito Maestro, al di cui parere liberamente sottoscrivendomi, così mi fo lecito di soggiugnere.

Se trà le condizioni dell'angolo piano volle Euclide nella difinizione di esso, quella ancora, che le linee constituentilo non sieno poste frà loro in diritto, parmi che di quì assai manifestamente si comprenda, ch'ei non intese per modo alcuno di chiamar con quel nome l'incontro d'una linea curva con una retta, e perciò non quello della circonferenza d'un Cerchio con la retta linea toccantelo: essendo assolutamente impossibile constituire, o adattare una linea curva talmente ch'ella torni in dirittura con una retta, e tanto più è impossibile il far ciò con due curve insieme congiunte: Onde non potendosi mai con esse linee effettuare la vietata posizione, superfluamente, e fuori di proposito l'avrebbe egli esclusa da simil sorta d'accoppiamento. Se dunque egli stimò necessaria alla difinizione dell'angolo piano quella particolare eccezione, parmi che di quì concluder si debba, che egli intese di parlar d'angoli fatti solo da quelle linee, che qualche volta coll'eccettuata posizione si abbattano d'accoppiarsi: E tali sono le linee rette solamente, due delle quali toccandosi in qualche punto comune ad esse, possono dopo l'infinite inclinazioni, e aperture sempre maggiori giugnere finalmente a situarsi trà loro in una medesima dirittura. Di quì è che io mi fò a credere, che Euclide adducesse la difinizione solamente per l'angolo rettilineo, e non quella generale per questo, e per gli altri, chiamati comunemente curvilinei, cornicolari, e misti, &c. E ciò maggiormente mi si conferma dall'osservare che il medesimo Euclide in tutti i suoi Elementi, & in ogn'altra sua Opera cognita a noi, non propone mai, come si dice, ex professo, di dimostrare alcun Teorema, o di risolver Problema intorno a gli angoli, che son detti curvilinei, nè gli paragona mai fra di loro, come egli fà in più luoghi de' rettilinei. Che se nel suo terzo Libro si trova che tali accoppiamenti fatti dalla circonferenza del Cerchio con una retta,

che lo tocchi, o da quella che passi per lo suo centro, o da altre che lo seghino vengono paragonati, nella Proposizione 16. con gli angoli acuti rettilinei, e nella 31. coll'angolo retto, io non son lontano dal creder quello, di che sospettò col Peletario quel sublime 'ngegno Franzese tra' Restauratori dell'antica Geometria forse 'l primo, dico Francesco Vieta, che queste tali comparazioni sieno state aggiunte alla fine di dette Proposizioni da qualche bello spirito degli Antichi, o, come sogliamo dire, da qualche Saccente: anzi tengo per fermo, che cotal uomo le cavasse quivi come Corollarj delle medesime proposte d'Euclide, onde poi à contemplazione di queste sue aggiunte gli convenisse alterar la difinizione dell'angolo premessa da Euclide al suo primo Libro, la quale stando forse così (Angolo è quella scambievole inclinazione di due linee rette poste in un piano, che toccandosi in un punto non son poste in dirittura fra di loro *) la riformasse per farla più generale, e che servisse à quelle sue aggiunte, con levar la condizione di* rette *alle linee, e così la riducesse universale per tutti gli angoli da lui intesi, e che di poi v'aggiugnesse di proprio la difinizione particolare pe' soli rettilinei, siccome ancora che al terzo Libro premettesse la difinizione per gli angoli delle porzioni, la quale io per mè stimo adattata a questi non meno impropriamente, che à quello chiamato del contatto. Ma in qualunque modo ciò sia seguito, non mi par già ch'e' meriti il conto il diffondersi, e confondersi di vantaggio in simil contesa; poichè quando bene 'l tutto fosse veramente d'Euclide stesso, non sò poi veder che gran biasimo glie ne venga, e qual pregiudizio resulti alla stabilità de' fondamenti Geometrici, ond'egli occorra affannarsene col medesimo Vieta dicente che non a torto si tiene per qualcuno tali conclusioni controverse essere adulterine,* nè sibi non satis constet Euclides, & alioqui Geometrica multa corruant fundamenta; *perche finalmente quando mai si concordi, o si conceda che l'addotta difinizione non si competa ad altri angoli, che a' rettilinei, e che questi soli come enti, e però come quanti sieno divisibili, e comparabili fra di loro, e che gli altri tutti impropriamente si chiamino angoli, e si voglia poi, non ostante, che le comparazioni de' curvilinei co' rettilinei sieno proprie d'Euclide, il maggior disordine, che accader possa in Geometria, sarà che le dette comparazioni fatte nel fine delle citate proposizioni del terzo Libro sieno improprie, o non vere, e conseguentemente n'avverrà, che 'l numero delle vere proprietà Geometriche (il qual non vi è dubbio, ch'e' sia infinito) manchi di un due, o di un trè al più. Ma che? esso numero pur tut-*

tavia

tavia resterà infinito. Oltrechè, quando tali conclusioni si togliessero affatto dagli Elementi, tutto 'l rimanente, avrebbe per appunto suo vigor come prima, come che esse abbian fine nel medesimo lor principio, e da esse non dependa pur una delle tant'altre proprietà dimostrate in tutti i quindici Libri degli Elementi d'Euclide, o degli altri Trattati che di lui ci son pervenuti alle mani.

Oltr'all'addotte, altre ragioni vi sarebbero per confermare 'l non essere di sì fatt'angolo: ma parendomi in fine tal disputa, come dir sogliamo, di lana caprina, chiunque à più genio alle controversie di cose frivole (che di questi il Mondo letterato pur troppo abbonda) che alla sodezza delle verità inrefragabili Matematiche, potrà veder'a piacer suo ciò che negando, o affermando ingegnosamente ne scrissero, oltre a' mentovati Autori, il Cardano, il Peletario, il Clavio, il Tacquet, ed altri celebri Matematici che non vi mancano, e per tal guisa tentar d'estinguere, se non accender viè più questa sete, ch'io per me, in materie simili stimo sete d'infermo più che di sano, la quale appagata, suol bene spesso più tosto offenderlo, che ristorarlo.

ESSENDOSI preteso col pubblicato fin quì di spianare alcune difficultà, e di facilitar varie cose de' primi Elementi Geometrici, non sarà fuor di proposito l'addure in questo luogo le Proposizioni 28. e 29. del sesto Libro d'Euclide dimostrate in un modo assai spedito, con che soleva spiegarle congiuntamente il celebratissimo Matematico di S. A. Evangelista Torricelli mio Antecessore, e sono le seguenti.

PROPOS. XXVIII. E XXIX.

DEL SESTO LIBRO D'EUCLIDE

Dimostrate congiuntamente

DAL TORRICELLI.

ALLA data linea AB applicare un parallellogrammo uguale al dato rettilineo C, e che manchi, o ecceda d'un paralellogrammo simile al dato E: ma bisogna che, quando si deve adattare il paralellogrammo che manchi, &c. il dato rettilineo non sia maggiore del paralellogrammo che è simile al dato, e che è descrittibile sopra la metà della linea data.

SEGHISI per mezzo la BA in F, e sopra l' FA si faccia [a] un rettilineo FG simile al dato E, che sarà paralellogrammo, e si compisca sopra tutta la data AB il paralellogrammo AH. Dipoi alla retta BH, nell'angolo BHI si applichi [b] il paralellogrammo BI uguale al dato rettilineo C, e tra le GL & LI si prenda la media proporzionale LM, e tirato il diametro LA si finisca la figura dal punto M. Dico che il paralellogrammo BO, che è adattato alla data AB, e che nella prima figura à il mancamento AO, e nella seconda à l'eccesso AO simile all' FG, ovvero al dato E, è uguale all'altro dato rettilineo C.

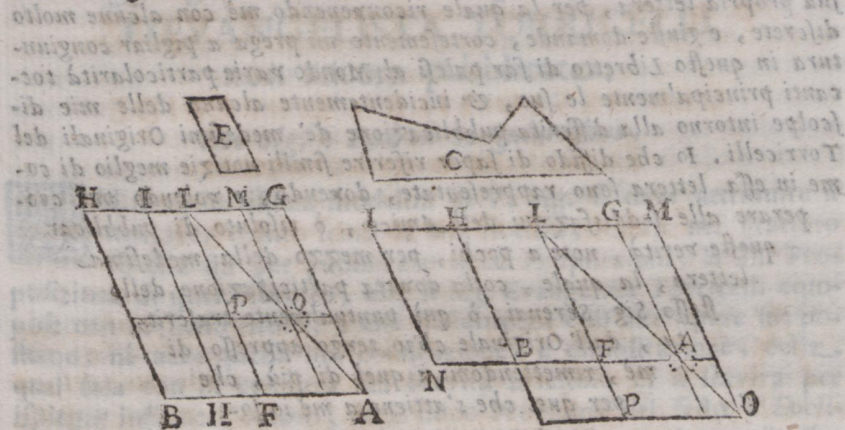
[a] Prop. 18. del Lib. 6.

[b] Prop. 45. del Lib. pr.

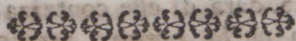
IMPER-

IMPERCIOCCHE' la figura A L alla fimil figura L O fta [a] come la linea G L alla linea L I delle tre G L, L M, L I in continua proporzione, ovvero come [b] la medefima figura A L, alla figura L N, adunque i paralellogrammi O L & L N fono [c] uguali, e nella prima figura, tutto L A [d] è eguale a tutto L B, adunque il rimanente gnomone P A M è uguale al rimanente paralellogrammo B I.

MA, nella feconda figura, effendo tutto O L uguale a tutto LN, come poco fà s'è provato, e la parte L A uguale [e] alla parte LB, reſterà il gnomone PAM uguale al rimanente paralellogrammo BI.

[a] Coroll. delle Prop. 19 del 6.
[b] Propof. 1. del 6.
[c] Affioma 7. del prefente Trattato delle Proporzioni.
[d] Propof. 8. del 6.
[e] Per la medeſima.

E' dunque in ciafcuna figura il paralellogrammo BI uguale al gnomone P AM, cioè al paralellogrammo B O (perchè il paralellogrammo BP è uguale [f] al P A, ovvero all' AM, & aggiunto comune F O, tutto B O è uguale a tutto 'l gnomone P A M) ma il paralellogrammo B I è fatto uguale al rettilineo C, adunque anco il paralellogrammo BO farà uguale al medefimo C, & è il BO adattato alla data linea A B, e manca, nella prima figura; & eccede, nella feconda, del paralellogrammo A O fimile al dato E. Che è quanto fu propofto di fare.

[f] Per la medeſima.

PERCHE' gli Originali della passata Proposizione, e dell'altra posta quì sotto 'l numero 19. di questo Trattato delle proporzioni, si trovano, com'io dissi, con gli altri scritti non ancora stampati del Torricelli appresso 'l Sig. Lodovico Serenai, stimai convenirmisi, avanti di farne 'l disteso, di accennare a lui stesso il desiderio ch'io aveva d'inserir in questo medesimo Trattato le due sopraddette Proposizioni. Egli non contento di favorirmi colla sua approvazione datamene in voce, per maggiormente obbligarmi, volle dipoi confermarmela con sua propria lettera, per la quale ricouvenendo mè con alcune molto discrete, e giuste domande, cortesemente mi prega a pigliar congiuntura in questo Libretto di far palesi al Mondo varie particolarità toccanti principalmente le sue, & incidentemente alcuna delle mie discolpe intorno alla differita pubblicazione de' medesimi Originali del Torricelli. Io che diffido di saper riferire simili notizie meglio di come in essa lettera sono rappresentate, dovendo, e volendo pur cooperare alle soddisfazioni dell'Amico, ò risoluto di pubblicar queste verità, note a pochi, per mezzo della medesima lettera, la quale, colla dovuta participazione dello stesso Sig. Serenai, ò quì puntualmente trascritta, dall'Originale ch'io tengo appresso di mè, rimettendomi a quel di più, che per quel che s'attiene a mè io sono per narrare a parte coll'opere proprie del Torricelli, che ben presto, DIO piacendo verranno in luce.

LETTERA

LETTERA
DEL SIG. DOTTOR LODOVICO SERENAI
CONTENENTE
Il ragguaglio dell'ultime Opere Matematiche D'EVANGELISTA TORRICELLI non ancora pubblicate.

Mio Sig. e Padron Singularissimo.

ALLA delicatissima modestia di V. Sig. si deve attribuire il non aver voluto senza la mia licenza, inserir nel Trattato ch'ella stà per pubblicare delle Proporzioni, la XI. Proposizione di quel Libretto, che il Sig. Evangelista Torricelli compose con lo stesso titolo, e che si stamperà coll'altr'opere sue postume; nè anco quella sua construzione, e dimostrazione, della qual sola con la consueta sua brevità maestosa ei si serviva per ispiegar insieme l'ottavo, & il nono Problema del sesto d'Euclide: siccome alla vaghezza ch'ell'à d'onorar me, io attribuisco l'aver a me domandata licenza tale, quasi che la licenza mia, come Esecutore da lui eletto della pubblicazione dell'Opere sue, deva supplire per questa parte alla pubblicazione non ancor fatta: attesochè, può valersi V. S. più d'ogn'altro, e in detto Trattato, & in qualunque altr'Opera sua, non solamente di quelle due, ma di tutte le di lui cose simili, massime volendone citar l'Autore, e non tacerlo, come bene spesso fanno molti, per altro lodevoli Scrittori, senza vergognarsi d'usurpar l'altrui gloria; e quel che più importa, perchè ell'à nell'Opere Geometriche postume del Torricelli quella parte, che dopo l'Autore non può vantare alcun'altro. Però è tanto superfluo che per valersi delle due, e d'altre dimostrazioni di lui ell'abbia bisogno di mia licenza come d'Esecutore ch'ei si compiacque di farmi della sua volontà, e testamento, che anzi più tosto io devo, come tale, sincerar il Mondo che a lei sola sarà dovuto il merito della pubblicazione di tutte. La qual cosa confido mi verrà fatta per mezzo delle notizie contenute in que-

Al Sig. Vincenzio Viviani, &c.

questa Lettera, se V. S. darà di esse contezza al Lettore nell'istesso Trattato, com'io ne la prego, acciocchè servano a me per discolpa della differita pubblicazione, e per consolazione di chi temesse che la tardanza abbia dato campo franco a chi si fosse fatto Autore di qualche invenzione del nostro Amico.

Due furono i Matematici, de' quali per ordine da lui datomi io doveva far capitale per la detta pubblicazione; il Padre Fra Buonaventura Cavalieri, e il Sig. Michelagnol Ricci come più abili a riconoscere negli scritti ch'ei lasciava, le cose da stamparsi, e a ordinarle, perchè con loro quà in Italia aveva conferite molte delle sue speculazioni; e nominò prima il Cavalieri, che aveva fra mano appunto allora la stampa dell'ultimo suo Libro intitolato *Exercitationes Geometricæ*, affinchè con esso stampasse ancora delle cose di lui quelle, che trovasse più all'ordine; e per l'altre elesse il Sig. Ricci; stimandolo il maggior ingegno da lui conosciuto nelle Matematiche, e da lui in esse introdotto, e il maggior amico che avesse. Ma il primo mi fu rapito dalla morte poche settimane dopo al Torricelli, e il secondo, che DIO lodato ancor vive mio reveritissimo Signore, me lo tolsero la sua precedente disapplicazione per lungo tempo da queste speculazioni, molte cure domestiche necessarie, studi più gravi, & affari più importanti nella Corte Romana. E non ebbi altro degno, e sicuro refugio che V. S. La quale se ben a principio, e per quattr'anni ci ebbe gran renitenza, contrastandoglielo l'assiduo servizio al SERENISS. FERDINANDO II. tanto affezionato a' Professori di queste scienze; l'esser Capo di Casa con molti travagli di liti, e di frequenti indisposizioni; l'Opere Geometriche sue proprie concepite, e non condotte; e la debolissima complessione; accettò nondimeno di farci il possibile; quando intese che l'istesso SERENISS. (informato da me del capitale mancatomi, e ricordatosi aver S. ALT. in Firenze un Matematico qual era V. S. sin allora) applicò l'animo a fare stampar quì quest'altre opere dell'amato suo Torricelli, come a sue spese aveva già fatto l'anno 1644. le prime pubblicate da esso Autore; e a quest'effetto mi comandò S. ALTEZZA far sapere a V. S. aver caro, ch'ella ci si disponesse. Accettò dissi, ma con inviolabil patto, e condizione, ch'io dovessi sempre, e tenacemente custodir presso di me inseparabili gli scritti del Torricelli, & a lei darne solamente le copie. Il che dalle necessarie, e continue occupazioni dovute per la mia famiglia, e per l'offizio, non mi fu permesso di fare di

tutti

tutti gli originali prima che nello spazio d'altri quattr'anni, otto cioè dopo la morte di lui. Nelle quali copie impiegai la più attenta diligenza ch'io seppi trascrivendo con la scrittura non tanto le figure anco fregate, e cassate, ma ogni linea, ogni punto, e quasi ogni scorbio; acciocchè nelle mie copie non mancasse nulla di quel che l'Autore avesse accennato alla sua propria memoria; e così ell'equivalessero a gli stessi Originali per lo fine proposto: siccome elle sono state sufficienti, mercè principale alla grande intelligenza, e speculazione di V.S. giacchè ella mi dice aver condotta l'opera al termine, e non ò memoria ch'ella m'abbia richiesto più che una volta di confrontar certa copia coll'originale.

Potranno ben soddisfarsi i Matematici che leggeranno l'Opere postume, di confrontarle co' propri scritti del Torricelli; poichè posti da me in casa mia d'avanti a V. S. confusi, come gli avevo trovati nello scaffale del defunto Autore, furon da lei, me sempre presente (così convenendomi fare per compiacere al gusto, e voler suo, e alla sua delicata natura) distinti con applicata attenzione in diverse classi; e da me poi, in piè della lor prima faccia numerati a caratteri rossi d'abbaco che arrivarono al numero 253, ne fù fatto puntualissimo Inventario, descrivendo in esso a numero per numero se eran più fogli, o un solo, e se mezzo, se quarto, e quanto ne fosse scritto. Quale Inventario di mia mano con gli stessi Originali in un Volume composti, furon già da me, con gusto, e consiglio di V. S. concorrendoci il beneplacito della prefata Serenifs. Altezza, destinati a depositarsi, dopo la publicazione dell'opere (se ci sarà come spero permesso dal SERENISS. PADRON REGNANTE) nella famosissima MEDICEA Libreria di San Lorenzo, Tesoro notissimo al Mondo di manoscritti reconditi, e d'Opere d'Autori singularissimi, e al quale ricorrono, e concorrono giornalmente Litterati Italiani, e Oltramontani per appagar le virtuose curiosità loro.

Quivi detti Originali mai veduti presso di me da altri che da V. S. nel modo già detto, e poi una sol volta di passaggio, e in pied'in piede molti anni fà dal Molto Reverendo Padre Fra Stefano Angeli oggi Lettore delle Matematiche in Padova, che me ne pregò; e mi riconobbi tenuto a compiacergli per mostrarmi cognitore dell'ingenuità sua, e grato a gli obblighi seco contratti, quando mi mandò cortesissimamente più lettere del Torricelli trovate da esso fra le scritture del morto Cavalieri. Quivi dico conservati testificheranno la fedeltà mia: confrontati coll'opere po-

stume,

ſtume, manifeſteranno la nobil fatica di V. S. e vivendo nella propria penna dell' iſteſſo Autore, queſta (qual d'Aquila) divorerà le penne vili di chiunque tentaſſe, o aveſſe tentato di farſi bello di alcuna delle Invezioni del noſtro Torricelli, che ne comunicò molte a più d'uno.

Queſte notizie, con altre ancora, m'ero perſuaso di poter pubblicare col favor di V. S. nel principio delle ſteſſe Opere Poſtume. E mi ſon rallegrato ſentendo ch'ella ſi trova in punto per la ſtampa di eſſe quando ſarà finita l'impreſſione di queſto ſuo Trattato delle Proporzioni, e dell'altra ſua Opera Conica ch'io veggo ſotto al Torcolo. Ma perchè la quotidiana, e ſenſibil diminuzione delle forze di corpo, e di mente mi fà ragionevolmente temere, in queſta mia cadente età di 75. anni, che la dimora, benchè breve, di V. S. d'attorno a queſt'Opere proprie, ſia per eſſer più lunga della mia vita; concedami, prego la ſua gentilezza di aggiugner queſte notizie al ſuo Trattato da ſtamparſi ora il primo; perchè io goda vivendo di veder paleſate queſte almeno. E ſien caparra dell'altre che poi ſi vedranno coll'Opere Poſtume: la vita cioè dell'Autore: l'infortunio del depoſito di ſuo cadavero: la memoria che il medeſimo SERENISS. FERDINANDO aveva comandato ereggerſegli nel Chioſtro di S. Lorenzo, con Ritratto in marmo fattone già il modello dallo Scultor Foggini: le Lettere paſſate tra lui, e diverſi Matematici in materie Geometriche, da me doppiamente dovute al Pubblico; in eſecuzione cioè del ſuo teſtamento, e in confermazione della robuſtiſſima difeſa compoſta, e ſtampata l'anno *1663.* con titolo di Lettera a' Filaleti di Timauro Antiate dal Sig. Carlo Dati Profeſſor di lettere greche, e latine in queſto Studio, e mio Sig. zelantiſſimo della verità, e della gloria dovuta all'Amico; come anco in confermazione dello ſtrumento ad inſtanzia mia celebrato d'avanti al Sig. Conſolo della noſtra Fiorentina Accademia, e ſtampato con quella Lettera del Sig. Carlo: e caparra finalmente delle Lezzioni Accademiche dell'iſteſſo Torricelli, da lui a me donate liberamente, al qual onore io non ò ſaputo come meglio corriſponder gratamente, che liberandole dalle tenebre del mio Scrittoio, reſtituirle alla luce meritata a prò dell'ingenua Filoſofia, che quanto dal gran Galileo, altrettanto fù amata da lui.

Il quale come fu il primo che apriſſe la ſtrada a' Geometri di miſurar l'Infinito, & a eſſo uguagliare il finito; così mi perſuadono i virtuoſiſſimi ſuoi coſtumi aver aperta a lui quella del Cie-

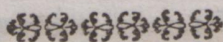
lo

lo; dove vegga la vita ſua quà sì preſto finita, quivi uguagliata all' eternità: e non più infiniti, che non ſono altrove che nell' Intelletto de' Geometri, e quivi anco sfuggono la capacità degli ſteſſi intendenti; ma gli ſia viſibilmente manifeſtato, e comunicato QVELLO CHE È PRINCIPIO SENZA PRINCIPIO, FINE SENZA FINE, SOLO E VERO INFINITO. E nulla curando quella vana immortalità che in queſto ſecolo moribondo può eſſer del ſuo nome da noi propagata, e a lui non più appartenente (com' egli ſteſſo diceva in una delle dette Lezzioni) gradiſca nondimeno che quanto prima ſieno pubblicati i ſuoi ſcritti in aumento dell' umane ſcienze, e a gloria di DIO. A cui piaccia di conceder a V. S. lunga, e felice vita; acciocchè avendo corteſemente poſpoſte all' Opere dell' Amico, tante che le reſtano delle ſue proprie, ella poſſa con queſte ancora arricchir le Matematiche quanto prometton quelle ch'ell' à già pubblicate, e che ora ſta pubblicando. Con queſta ſola ma continuata, e affettuoſa preghiera io poſſo ringraziar V. S. già che il mio debol talento non arriva a farlo com' io vorrei, e quanto, com' Eſecutore, io dovrei. Saprà ben l' Autore con impetrarle queſta, e ogni altra grazia maggiore remunerarla, mentre io mi raſſegno qual mi profeſſo

Di V. S. mio Sig. e Padron Singularisſ.

Di Caſa 27. Dicembre 1673.

Devotiſs. e Obbligatiſs. Serv. vero

LODOVICO SERENAI.

ALCVNE NOTE, E AGGIVNTE DI V. V.

AL PRIMO LIBRO D'EVCLIDE.

VN Amico de' mie' studi informato m'esorta ad aggiugner alle cose addotte fin quì, (appartenenti tutte a' primi Elementi, Geometrici) alcune mie dimostrazioni intorno al primo libro d'Euclide, delle quali io non feci mai troppo conto come ch'elleno sien' intorno a proprietà già note per altre vie, e solo per esercizio de' Principianti: ma perchè a questi appunto è destinato 'l presente Libretto, e tali dimostrazioni tendono pur'anch'esse, o a facilitarne, o ad illustrarne alcun'altre d'Euclide stesso, e tutte anno con loro la prerogativa almeno d'esser Geometriche, cioè vere, volentieri m'induco a compiacernelo, come si vede. Quando poi mi si presenti ozio più opportuno, colla pubblicazione d'altri, e Problemi, e Teoremi spezzati, in gran numero, cercherò di recuperarmi quegli, che certi Tali, per mancamento forse di memoria, anno dato fuori per propri, e con evidenza maggiore d'ogni eccezzione ricorderò loro, e mostrerò a gli altri ch'io una volta ne fui l'Autore, affinchè quei che per miei gli sentiron già non inferiscano dal mio tacere conseguenze direttamente contrarie a quelle, che essi dopo le mie riprove ne dedurranno.

DICO dunque per ora che già sono poco men di trent' anni che riflettendo alla difficultà che per lo più arrecar suole a' Principianti nella Geometria, la quinta Proposizione del primo degli Elementi, attribuita da Proclo a Talete, a segno che, riuscendo malagevole a' molti il passarla felicemente, e senza inciampo, alcuni di essi non proseguivano più oltre il viaggio loro, mi sovvenne altra maniera più facile per dimostrar in primo luogo la prima parte solo di tal Proposizione, poichè la prova della seconda veddi che si poteva immediatamente cavar dalla Prop. 13. del medesimo Libro, senza bisogno fin quivi d'usarla mai; e perciò la medesima prima parte sono stato solito dall'ora in quà di spiegarla, e darla ancor in iscritto come segue, dependendo tutta dalla passata quarta Proposizione.

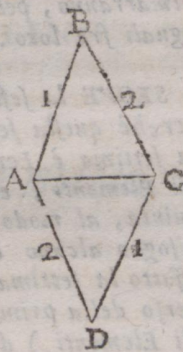
Pri-

Prima parte della PROP. V. del Lib. I. d'Euclide.

IN ogni triangolo equicrure, gli angoli ſopra la baſe ſono uguali fra loro.

DEL triangolo ABC ſieno i lati uguali BA, BC. Dico che gli angoli BAC, BCA ſopra la baſe AC ſono tra loro uguali.

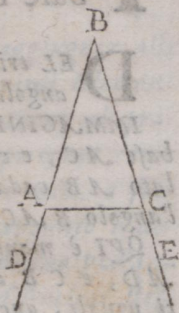
IMMAGINIAMOCI rivoltarſi il triangolo ABC intorno la ſua baſe AC, e cadere dalla parte contraria in ADC, in modo che il lato AB cada in AD, il CB in CD, ſiccome l'angolo B in D, l'angolo BAC in DAC, e 'l BCA in DCA.

QUI è manifeſto che eſſendo AB uguale ad AD, e CB a CD, & i due AB, CB, dati uguali, anco i due AD, CD ſaranno uguali, e perciò tutti quattro uguali: onde per noſtra comodità potremo ne' triangoli ABC, ADC contraſſegnare i lati a modo noſtro, e dire che il lato AB nel primo è uguale al lato CD nel ſecondo, il CB nel primo all' AD nel ſecondo, e l'angolo compreſo ABC nel primo, è uguale all'angolo CDA nel ſecondo, (per eſſer queſto per così dire l'impronta di quello) ſicchè, per la precedente quarta Propoſizione, gli angoli rimanenti oppoſti a' lati uguali ſono uguali: cioè l'angolo, per eſempio, BAC, nel primo triangolo, oppoſto al lato BC ſegnato 2, è uguale all'angolo DCA nel ſecondo, oppoſto al lato DA ſegnato 2: ma ancora l'angolo BCA del primo è uguale all'angolo medeſimo DCA del ſecondo, (per eſſer queſto ancora la ſtampa, o l'impronta di quello) adunque ſe l'uno, e l'altr' angolo BAC, BCA è uguale al medeſimo DCA, quei due ſaranno fra loro uguali, e ſono ſopra la baſe AC del dato triangolo equicrure ABC. Adunque è manifeſto quanto ſi propoſe di dimoſtrare.

Seconda parte della PROP. V. del Primo Libro d'Euclide da dimoſtrarſi immediatamente dopo la PROP. 13.

IN ogni triangolo equicrure prolungati i lati uguali, gli angoli ſotto la baſe ſono fra loro uguali.

SIA il triangolo equicrure ABC, di cui sien prolungati i lati uguali BA, BC sotto la base AC verso D, E. Dico che gli angoli CAD, ACE sono uguali fra loro.

PERCHE', tanto gli due insieme BAC, DAC, che gli due insieme BCA, ECA, sono uguali a due retti, per la Prop. 13. d'Euclide, ma tutti gli angoli retti, per la quarta domanda, sono uguali, adunque la coppia d'angoli intorno A è uguale alla coppia d'angoli intorno C; ma quei di sopra la base si sono provati uguali, per la Prop. 5. passata, adunque tolti questi dalle dette due coppie rimarranno, pel terzo assioma, quei di sotto la base uguali fra loro. Il che si doveva dimostrare.

B A C D E

SEGUE la sesta Prop. nell'ordine d'Euclide: ma perchè questa serve immediatamente alla settima, e la settima è Lemma dell'ottava, e non à mai più altr'uso in tutti gli Elementi, e l'ottava io la soglio provar, subito dopo la mia quinta, al modo di Proclo, riferito ancora dal P. Clavio, senza bisogno alcuno delle precedenti sesta, e settima, però io tralascio affatto la settima, riservandomi a provar la sesta, (che è il converso della prima parte della quinta, e che serve a molt'altre degli Elementi) dopo la Prop. 18. d'Euclide, così.

PROP. VI. del Primo Libro d'Euclide da provarsi dopo la XVIII.

SE un triangolo avrà due angoli uguali, anco i lati opposti ad essi saranno uguali.

IMPERCIOCCHE', se uno di essi lati fosse maggior dell'altro, sarebbe, per l'antecedente Prop. 18. il suo angolo opposto maggiore dell'angolo opposto al lato minore, il che è contro 'l supposto, che fu, che i detti angoli fossero uguali. Adunque tra' detti due lati opposti non vi è il maggiore, e però sono uguali per necessità. Il che, &c.

IL Teorema che viene appresso lo do in quel modo in ch'io me lo trovo disteso latino, premettendovi una mia lettera scritta ad un R. Sacerdote Pollacco a chi io lo 'nviai fattone richieder pochi anni sono, per la quale apparisce il tempo, e l'occasione, ch'io porsi a mè medesimo di dimostrarlo.

ADM. REVER. AC VERE' ADAMANDO VIRO

P. ADAMO ADAMANDO

SPECTATISSIMI FLORENTINI

COLLEGII SOC. IESV

MATHEMATICO PRAESTANTISSIMO

Vincentius Viviani

S. D. P.

NON est cur tibi superbè denegem modestissime Vir, & eruditissime, meam Theorematis illius demonstrationem, quam hesterna die per gratissimum Nuntium pro tua humanitate a me expetere dignatus es, tum quod ad annos triginta verbis, & scriptis eam ipsam plurimis alijs iam communicatam volverim, tum quod tua praeclarae notae ingenuitas non hanc tantùm unam è Geometricis meis exercitationibus, sed quidquid unquam ex ingenij mei tenuitate proditum fuerit fidei tuae committere hilari, tutoque animo me invitet.

Quod autem ad huius Theorematis indagationem, vix Geometriae limini appulsus, tunc temporis applicuerim, in causa fuit admirandum illud Pythagorae inventum de aequalitate potentiae (in triangulo quocunque rectangulo) lateris recto oppositi, erga poten-

potentias laterum reliquorum rectum angulum comprehendentium. Quùm primùm enim, nullo explicantis Præceptoris præsidio, ad illius demonstrationem perveni, ignorans adhuc universalem propositionem trigesimam primam de similibus figuris ab Euclide in sexto Elementorum allatam, excogitare cœpi, num, quod de figura quadrata, verum quoque esset de prima, ac simplicissima rectilinearum figurarum æqualium pariter laterum, & angulorum, nimirum de triangulo æquilatero; tuncque, ut apertè fatear, magna cum animi alacritate, haud minore fortassis ea, quam Pythagoram expertum fuisse ferunt ob Hecatombes immolationem, in sequentes incidi demonstrationes, duplici via, ac posthabita quacunque ipsius Pythagoricæ Prop. ope, meum idem propositum comprobantes. Has itaque nugas meas, quas aliquid esse putasti, quasque, ut tibi citò morem gererem, quàm citissimè perscripsi, grata mente complecti ne graveris, tuque interim uniuersæ Mathesi, ac bono publico vale; meque, ut cœpisti, sic amare perge, atque iterum vale. E meis Ædibus III. nonas Februarij Anno Salutis. Incarn. MDCLXIIX.

THEOREMA

Apud PROP. XXXVII. Primi Elementorum apponendum.

IN triangulis rectangulis, æquilaterum triangulum, quod a latere rectum angulum subtendente describitur, æquatur iis, quæ a lateribus rectum angulum continentibus describuntur æquilateris triangulis simul sumptis.

IN triangulo rectangulo ABC sit rectus angulus ad B, ac super ipsius latera descripta sint triangula æquilatera ADC, AEB, BFC. Dico unicum triangulum ADC reliquis duobus simul AEB, CFB æquale esse.

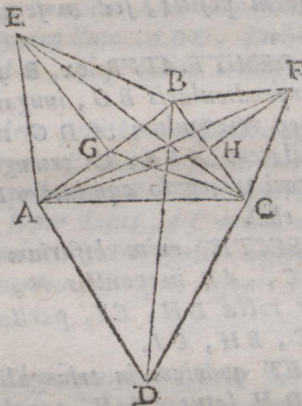
IVNGANTVR rectæ lineæ DB, AF, CE, (quæ utique in uno

eodemque

eodemque puncto intra triangulum A B C se mutuò secabunt, sed hæc nihil ad nos) atque ex E puncto ducatur E G ipsi B C parallela.

IAM, cùm angulus C B G rectus sit, ex hypothesi, ipsi quoque parallelarum alternus E G B rectus erit; itemque rectus E G A, qui ei deinceps est: quare, in triangulis E G A, E G B, cùm anguli ad G sint æquales, & ad A & B etiam æquales, (quum sint super basim trianguli æquilateri) latusque E G ipsis oppositum utrique triangulo commune sit, & reliqua latera G A, G B, æqualia erunt: quapropter, si iungatur C G, erit triangulum A G C æquale triangulo B G C, hoc est A G C erit dimidium totius dati trianguli rectanguli A B C; sed triangulum C A E componitur ex tribus E G A, E G C, A G C, & triangulum E G C æquatur triangulo E G B (sunt enim super eadem basi E G, ac inter easdem parallelas E G, B C, per constructionem) ergo triangulum C A E componitur, seu æquale est tribus simul triangulis E G A, E G B, A G C, sed duo E G A, E G B conficiunt æquilaterum A E B, & A G C superiùs ostensum æquale fuit dimidio trianguli rectanguli A B C, ergo idem triangulum C A E æquale est triangulo æquilatero A E B, unà cum dimidio dati trianguli rectanguli A B C.

EADEM penitus ratione (ducta ex F recta F H parallela ipsi B A iunctaque A H) ostendetur triangulum A C F æquale esse triangulo æquilatero C F B unà cum dimidio eiusdem dati trianguli rectanguli A B C, quarè duo simul triangula C A E, A C F, æquantur duobus simul æquilateris triangulis A E B, C F B unà cum duobus simul dimidijs trianguli A B C, nempe unà cum integro triangulo A B C, quæ simul omnia constituunt quniquilaterum A E B F C A, sed triangulum C A E æquale est triangulo D A B (sunt enim latera D A, A B unius, lateribus C A, A E alterius æqualia, utrumque utrique, ex hypothesi, & anguli D A B, C A E, æquales, eò quod uterque ipsorum D A C, B A E sit duæ tertiæ unius anguli recti, & C A B sit ijsdem communis) & triangulum A C F ob easdem pariter rationes æquale est triangulo D C B; ergo & duo

simul

ſimul triangula D A B, D C B, ſivè quadrilaterum D A B C D æquale erit duobus ſimul triangulis C A E, A C F, ſivè prædicto quinquilatero A E B F C A. Si igitur ex his figuris, quinquilatero nempe, & quadrilatero dematur commune triangulum A B C, ſupererit æquilaterum triangulum A D C reliquis duobus ſimul triangulis æquilateris A E B, C F B æquale. Quod erat demonſtrandum.

ALITER.

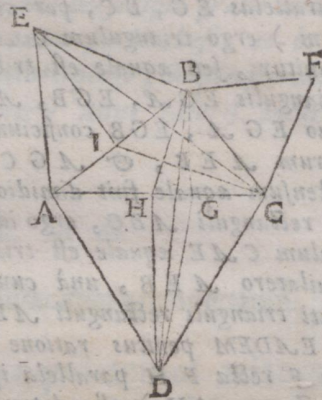
QVUM verò ad Pythagoræ morem quæſiiſſem, quæ nam partes trianguli æquilateri A D C, triangulis A E B, C F B ſigillatim æquales eſſent, id tunc facilè aſſecutus fueram iiſdem poſitis, ſed in ſequenti ſchemate, ſic.

DEMITTATVR ex B ſuper A C perpendicularis B G, iungaturque D G. Dico triangulum A D G triangulo æquilatero A E B, & triangulum C D G alteri triangulo æquilatero B F C æquale eſſe.

SECTIS enim bifariam lateribus A C, A B in punctis H, I, iungantur rectæ D H, E I, pariterque D B, E C, B H, C I.

ET quoniam in triangulis A D H, C D H latus A H æquale eſt lateri C H, per conſtructionem, & D H communis, baſis verò A D baſi C D, ex hypotheſi, eſt æqualis, erunt & anguli ad H interſe æquales, nempe recti: & ſimiliter anguli ad I in triangulis E I A, E I B recti exiſtent, quapropter & D H ipſi B G, & E I ipſi B C, ob alternorum angulorum æqualitatem, æquidiſtabit; ideoque triangulum D G H triangulo D B H; itidemque triangulum E C I triangulo E B I æquale erit.

ET cùm ſit A H æqualis H C, erit triangulum A B H æquale triangulo H B C, hoc eſt triangulum H B C dimidium erit totius dati trianguli rectanguli A B C. Cùmque ſit A I æqualis I B, triangula item A I C, B I C, æqualia erunt, atque unicum A I C dimi-

dimidium erit eiusdem totius dati trianguli rectanguli A B C.

RVRSVS, cùm angulus D A C æqualis sit angulo B A E (uterque enim est duæ tertiæ unius recti anguli) si ipsis communis addatur C A B, erit, in triangulis D A B, C A E angulus D A B æqualis angulo C A E; at latera circum ipsos æqualia sunt, utrumque utrique, per suppositionem; quare & triangulum D A B æquale est triangulo C A E, a quibus si æqualia demantur triangula A B H, A I C (nam utrumque ipsorum ostensum est dimidium eiusdem dati trianguli rectanguli) residua erunt æqualia, nempe triangulum D H A, unà cum triangulo D H B, ipsis E I A, E I C æquale erit; sed, vice trianguli D H B, sumpto D H G ipsi æquale (quòd ea sint super eàdem basi D H & inter easdem parallelas D H, B G) & vice trianguli E I C, sumpto triangulo E I B super eàdem basi E I ac inter easdem æquidistantes E I, B C, provenient hinc duo simul triangula D H A, D H G, nempe totum triangulum A D G, duobus simul triangulis inde sumptis E I A, E I B, sive unico triangulo æquilatero A E B æquale. Quod &c.

CONSIMILI omnino ratione, factà eàdem penitùs constructione ac supra pro triangulis D C G, C F B, demonstrabitur ipsum triangulum D C G æquale alteri triangulo æquilatero C F B: quare totum triangulum æquilaterum A D C, super latus A C recto angulo A B C oppositum, duobus simul æquilateris triangulis A E B, C F B, super latera rectum angulum continentia descriptis æquale est. Quod aliter ostendere propositum fuerat.

POSTQVAM verò primos quatuor Elementorum Libros perceperam, quædam alia ex prima huius Theorematis constructione animadverti, levia equidem, at scitu non iniucunda, quorum nonnulla Tyrombus tantùm Geometris explicare libet, suntque huiusmodi in sequenti figura.

PRIMO'. Descriptis super latera cuiuscunque trianguli rectanguli A B C tribus æquilateris triangulis A D C, A E B, C F B. Dico tres rectas diagonales D B, A F, C E, iungentes vertices triangulorum æqualium laterum cum oppositis angulis trianguli rectanguli, inter se æquales esse; atque omnes, quartæ rectæ E F iungenti vertices minorum triangulorum æqualium laterum.

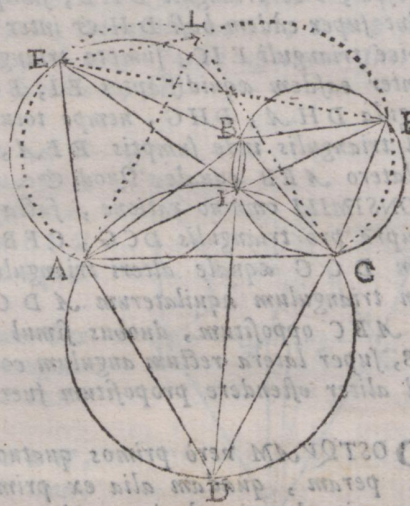
ESTO itaque duarum diagonalium A F, C E communis sectio punctum I.

IAM, cùm sit angulus E A B æqualis angulo D A C, uterque enim

enim in suo triangulo æquilatero duæ tertiæ est unius recti, communi addito BAC, erit angulus CAE æqualis angulo DAB, latera verò CA, AE æquantur lateribus DA, AB, utrumque utrique, cùm ipsa sint latera triangulorum æqualium laterum; ergo & basis CE basi DB æqualis. Eàdem ratione in triangulis ACF, DCB ostenditur basis AF æqualis eidem DB: quarè & CE, AF interse æquales.

PRÆTEREA, cùm omnes simul anguli ad B quatuor rectos constituant, duodecim nempe tertias unius recti, tres autem simul EBA, ABC, CBF conficiant septem tertias eorundem, reliquus EBF erit quinque tertiæ unius recti, hoc est æqualis angulo ABF, qui ex tribus tertijs ABC, & duabus CBF constituitur; suntque latera EB, BF æqualia ipsis AB, BF; EB nempe ipsi AB, & BF commune, ergo & basis EF basi AF, vel ipsi CB, vel ipsi DB æqualis.

SECUNDO. Dico diagonalem DB per punctum I, in quo duæ AF, CE se mutuò secant, necessariò transire; hoc est iunctas DI, BI, unam rectam lineam conficere.

IN triangulis enim ABF, EBC, latera AB, BF; EB, BC sunt æqualia utrumque utrique, & contenti anguli ABF, EBC æquales, uterque ex septem tertijs unius recti compositus, erit reliquus angulus FAB, reliquo CEB æqualis: sed in triangulo AEI externus angulus AIC æquatur duobus simul IEA, IAE; isque duobus IAB, BAE est æqualis, atque IAB ostensus nuper est æqualis ipsi IEB, ergo externus AIC æquatur tribus BAE, IEA, IEB: sed IEA, IEB æquantur unico BEA, ergo externus AIC duobus simul BAE, BEA æqualis est, nimirum quatuor tertijs unius recti: quapropter si circa triangulum æquilaterum ADC fiat circulus ADCI, is omnino transibit per I (nam circuli portio minor AIC super latus trianguli æquilateri insistens capit angulos æquales quatuor

tuor tertijs unius recti, cùm reliqua maior portio ADC capiat angulos duabus tertijs æquales, & duo simul oppositi anguli in quadrilatero, quod circulo inscribitur, æquales sint duobus rectis). Et quoniam chorda DA æquatur chordæ DC, & arcus AD, DC, & anguli AID, DIC super eos constituti, æquales erunt, nempe uterque duæ tertiæ unius recti, ergo reliquus AIE, qui cum prædictis AIB, DIC, complet duos rectos, erit quoque duæ tertiæ unius recti, sed est etiam ABE duæ tertiæ recti unius, ergo circulus circa triangulum ABE descriptus transit utique per I: sed in portione EAIB est angulus EIB æqualis angulo EAB, qui est duæ tertiæ unius recti, quare & EIB est duæ tertiæ recti unius, nempe æqualis angulo DIC; sed EIC est unica recta linea, ergo & DIB erit unica recta, eò quod anguli ad I contrapositi, sint æquales. Recta igitur DB transit omnino per I.

TERTIO. Dico sex angulos ad I per tres diagonales constitutos interse æquales esse. Quod facilè patet ex ostensis. Quatuor enim DIC, DIA, AIE, EIB singuli æquales sunt duabus tertijs unius recti, quintus verò, ac sextus CIF, FIB æquantur suis ad verticem AIE, AID, hoc est uterque duabus itidem tertijs unius recti: quapropter sex omnes ad I interse sunt æquales.

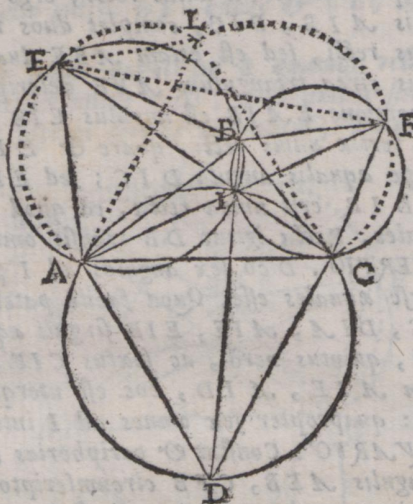
QVARTO. Constat & peripherias circulorum duobus æquilateris triangulis AEB, CFB circumscriptorum necessariò transire per I. Quoniam angulus AIE, qui est duæ tertiæ unius recti, æquatur angulo ABE, eàdemque ratione angulus CIF æqualis est angulo CBF.

QVINTO. Patet, manente eàdem basi AC trianguli rectanguli ABC (quæcunque postmodum fuerint latera AB, BC) omnes occursus I prædictarum trium diagonalium semper reperiri in eodem arcu AIC, qui est triens peripheriæ circuli circa maximum triangulum æquilaterum ADC descripti.

SEXTO. Dico vertices triangulorum super latera AB, BC, angulum rectum ABC comprehendentia, quæcunque illa sint, dummodo basis AC semper maneat eadem, esse ad peripherias semicirculorum AEL, CEL, quorum diametri sint latera AL, CL trianguli æquilateri ALC, quod super basim AC dati trianguli rectanguli ABC describitur ad partes eiusdem trianguli rectanguli.

NAM, cùm in triangulis æquilateris ALC, AEB, sit angulus CAL æqualis angulo BAE, dempto, vel addito, prout opus fuerit, angulo BAL, proveniet angulus CAB, angulo LAE æqualis, atque est latus CA lateri LA, & latus AB lateri AE æquale: quarè, iuncta EL, erit in triangulis CAB, LAE, basis

CB basi LE æqualis, & angulus ABC, angulo AEL, cùm æqualibus lateribus sint oppositi: sed ABC rectus est, ergo & AEL rectus erit, ac propterea punctum E, vertex trianguli æquilateri AEB, est ad peripheriam semicirculi AEL. Idemque pariter ostendetur de vertice trianguli BFC. Quare patet &c. Sed de his fusiùs aliàs.

SEPTIMO. Ex VI. Prop. Appendicis ad iam editam Divinationem meam Geometricam de Maximis & Minimis, se se mihi interim obuiam fit punctum I, in quo simul conveniunt tres ipsæ diagonales AF, CE, DB, id esse, cui occurrunt tres rectæ minimam quantitatem efficientes trium iungentium angulos dati trianguli rectanguli ABC, ac minimam quoque trium iungentium vertices D, E, F, descriptorum triangulorum: quoniam unusquisque angulorum AIC, CIB, BIA, ac unusquisque EID, DIF, FIE est quatuor tertiæ unius recti, seu grad. 120. prout requiritur in eàdem Prop. prædictæ Appendicis. Quod ultimò &c.

MA di troppo ò ecceduto quello di geometrico, ch'io intendeva dar per ora di proprio a richiesta dell'Amico, e per esercizio di Voi Geometri Principianti. Per quello poi, che riguarda a gli altri Studiosi Giovani ancor digiuni della Geometria, conoscendo che quanto poc'anzi io dissi in commendazione di essa non può aver appresso di loro quell'autorità, e quella forza ch'io pur vorrei, per invogliargli ad assaporarla, ò risoluto, a fine di più efficacemente stimolarnegli, di aggiugner quì una raccolta di vari luoghi di Sapientissimi Scrittori, d'onde apparíscan loro i sentimenti di stima, e di venerazione, co' quali essi Autori le considerarono, come utili non solo, ma eziandio come necessarie al particolar individuo, & alle Repubbliche in universale.

SEN-

SENTIMENTI
DI
AVTORI ILLVSTRI
INTORNO
ALL'ECCELLENZA, E ALL'VTILITA'
DELLA GEOMETRIA.

IPOCRATE

A Tessalo suo Figliuolo, dalla versione del Foesio.

GEOMETRIAE, & Arithmetices cognitioni Studium adhibeto mi Fili. Neque enim solùm vitam tuam gloriosam, & ad multa in rebus humanis utilem, verùm etiam mentem acutiorem, & longè splendidiorem ad fructum eorum omnium, quæ in Arte Medica usui sunt, consequendum reddet. Quamquam quidem Geometriæ cognitio, cùm multas, & varias formas habeat, & omnia cum demonstratione ad exitum perducat, tum ad ossium positus & articulos suis sedibus emotos, tum etiam ad reliquam membrorum compositionem, utilis futura est. Nam ad horum affectuum variam cognitionem faciliùs perveniet, tum etiam articulorum repositione, tum ossium contritorum resectione, & perforatione & coaptatione, & substractione, reliquaque curatione ductus, qui locum, & os quale sit ex eo emotum cognoverit. Numerorum verò series, tum ad ambitus, tum ad eas mutationes, quæ præter rationem in febribus fiunt, & ad iudicandos AEgros, & ad morborum securitatem satis futura est. Præclarum enim est id tibi in Re medica subministrari, quod intensionis ac remissionis partium, quæ ex parte inæquales sunt facilem tibi absque errore notitiam præbeat. Quapropter ad huius experientiæ facultatem valdè contendito. Vale.

PLA-

PLATONE

Nel Lib. VII. della Repubblica, dalla versione di Marsilio Ficini.

GEOMETRIA, eius, quod est semper, non eius, quod, & oritur quandòque, & interit cognitio est. Attollet igitur, o Generose Vir, ad Veritatem animum, atque ita ad philosophandum præparabit cogitationem, ut ad supera convertamus, quæ nunc, contra quàm decet, ad inferiora deiicimus. Quàm maximè igitur præcipiendum est vt, qui præclarissimam hanc habitant Civitatem, nullo modo Geometriam spernant; nam, & quæ præter ipsius propositum quodammodo esse videntur; haud exigua sunt; &c.

Quivi più a basso.

QVA'M dulcis Vir es? nempe vereri videris ne multi reputent inutiles Disciplinas *Mathematicas* inducere. Est autem non leve istud, sed difficilè admodum persuadere, quod ex huiusmodi Disciplinis instrumentum quoddam cuiusque animi repurgatur, revivisçitque, quod ante ex alijs studijs infectum, occæcatumque fuerat, cùm potiùs id servandum sit quàm oculorum corporis decem millia. Solo enim hoc inspicitur Veritas.

Lo stesso luogo, dalla versione di Teone Smirneo Platonico tradotto per la prima volta dal greco in latino, e con dottissime note illustrato dall'Eminente Astronomo, e Matematico Ismaele Bulialdo.

LEPIDE' agis cùm formidare videris nè tibi inutiles Scientias Mathematicas proponam. Non ineptè equidem, sed non facilè quivis crediderit, hisce Scientijs, seu instrumentis, repurgari animæ oculos singulorum hominum, atque novo igne reviviscere caligine obductos, & extinctos ab alijs exercitijs; & studijs, quos maximi interest servari, ac potiùs quàm mille oculos corporeos; illis enim solis animi oculis Veritatem intuemur.

Nell'Epinomide, dalla versione del Ficini.

NOLITE ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse. Nempe necesse est verum Astronomum esse, non cum,

eum, qui secundùm Hesiodum, omnesque huiusmodi, occasum ortumque consideret, sed eum potiùs, qui circuitus octo, & quotmodo septem sub primo versentur, quove ordine circulos suos singuli peragant. Quod, nulla Natura, nisi mirabilis sit, facilè unquam inspiciet, ut modò diximus, ac dicemus, declarantes, quid oporteat, & quomodo oporteat discere. Primò itaque id dicatur, quod Luna celerrimè circulum suum evoluit, atque ita plenilunium primum, ac mensem peragit. Sol deinde inspiciendus est, qui solstitia, versionesque temporum circuitu efficit suo; præterea, & qui unà cum Sole currunt considerandi. Denique, ne eadem eisdem sæpiùs disseramus, cursus omnes, quos paulò ante tetigimus, quive non facilè intelliguntur, contemplari debemus, ita ut Naturæ, priùs doctrinis ad hæc pertinentibus longo usu, laboreque a Iuventa, immo verò, & a Pueritia præparentur. Quo circa Doctrinis, quæ Mathematicæ appellantur, opus est. Primò verò, ac maximè, numeris; non ijs dico numeris, qui corpus habent, sed, qui omnem paris, imparisque generationem, atque virtutem, quam ad perficiendam, cognoscendamq; rerum naturam conferunt. Quibus perceptis, illam deinceps, quam ridiculè Geometriam appellant, discenda est. Numerorum verò inter se natura dissimilium similitudo ad planorum partem relata clarescit. Quod quidem non humanum, sed divinum miraculum, si quis planè intelligat, videatur oportet. Post hanc numeri, qui in tres usque dimensiones adaucti sunt, naturæ solidæ similes, ac rursus dissimiles alia quadam arte, Stereometria videlicet huic simili, considerandi sunt: sed hanc quoque, qui in ea obiter versati sunt, Geometriam nominaverunt. Illud autem mirum, divinumque intelligentibus est &c.

Nel medesimo luogo più sotto.

HAEC igitur ita fiant, & ita se habeant. Horum finis est ut ad Divinam generationem, & eorum, quæ cernuntur oculis, pulcherrimam, Divinamque Naturam considerandam nos conferamus, quatenus hanc Hominibus inspiciendam DEVS largitus est, quam nunquam sine dictis Artibus (*Mathematicis nempe*) assequemur &c.

Quivi pure più a basso.

VNVM enim horum omnium intelligendi vinculum apparebit. Qui verò aliter hæc adipisci studet, fortunam, ut di-

cimus, invocet. Nunquam enim absque his Natura in Civitatibus ulla felix efficietur. Etenim hic modus est, hæc educatio, hæ Disciplinæ. Per hæc itaque, sive facilia, sive difficilia sint, eundum. Nefas autem est Deos negligere, cùm felix omnium illorum doctrina omnibus recta ratione patuerit. Eum sanè, qui cuncta hæc ita percepit, verè Sapientissimum appellamus.

QVINTILIANO

Nel Libro primo dell' Instituzione Oratoria, Al Capitolo X.

IN Geometria, partem fatentur esse utilem teneris ætatibus: agitari namque animos, atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: sed prodesse eam non ut cæteras artes cùm perceptæ sint, sed cum discatur existimant. Id vulgaris opinio est, nec sine causa summi Viri etiam impensam huic Scientiæ operam dederunt. Nam cùm sit Geometria divisa in numeros, atque formas &c.

PROCLO DIADOCO

Filosofo Platonico, e Matematico, nel primo Libro sopra il primo di Euclide, al Cap. VIII. dalla versione del Barocci.

AD Philosophiam Moralem nos Mathesis instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus sanè Atheniensis etiam hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutum insuper rationes in medium affert, aliter quidem in numeris, aliter verò in figuris, aliter autem in musicis consonantiis; vitiorumque demum excessus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ordinatique efficimur. Et idcirco Socrates, in Gorgia, Caliclem inordinatæ, intemperatæque vitæ accusans, Geometriam, inquit, ac geometricam æqualitatem negligis &c.

Nel I. Libro, al Cap. XV.

HEAC itaque Mathesis est, sive Disciplina, quæ externarum in anima rationum reminiscentia est: & Mathematica (hoc est disciplinativa Scientia, ut sic exponam) propter hanc ea cognitio potissimùm nuncupatur, quæ nobis ad earum rationum reminiscentiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huius Scientiæ quale porrò sit, a nomine fit manifestum. Id nempe, quod insitam movet cognitionem, & promit formas, quæ nobis secundum essentiam insunt, & aufert oblivionem, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu nostro innatæ sunt: & soluit vincula, quæ ab irrationabilitate proveniunt, ad DEI planè similitudinem, huius Scientiæ Præsidis, qui intelligentia munera manifestat, & cuncta divinis rationibus complet: animas quoque ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & inquisitione ad se ipsas convertit, & obstreticatione quadam perficit, puræque mentis inventione ad vitam beatam deducit.

TEONE SMIRNEO

Nell'Esposizione di ciò, che appartiene all'intelligenza delle cose Matematiche di Platone, al Cap. I. dalla versione del dottissimo Bulialdo.

ERATHOSTENES in Libro, cui Platonico nomen imposuit refert, postquam Delios super pestis liberatione interrogantes, oraculo dato, iussisset DEVS *ALTARE DVPLVM* eius, quod tunc erat erigere, multam Fabris, ingentemque obiectam animi anxietatem quærentibus. *Quomodo oporteat solidum solidi dati duplum efficere*. Ipsósque adiisse Platonem de hoc *Problemate* interrogaturos, huncque eis respondisse, quòd DEVS eiuscemodi Oraculum Deliis ediderit, non quasi dupli Altaris egenus; sed obiecerit Græcis, & exprobraverit, circa Mathematicas Scientias & Geometriam, neglectum, atque socordiam.

Più sotto. NOS Pueros erudimus in Musica, Gymnastica, Literis, Geometria, & Arihmetica, nihil aliud molientes, quàm vt concipiant (veluti tincturam) rationes de omni virtute quam didiscerint, vbi præuias detersiones, purgationes, aliasque præparatio-

nes, has nempe Disciplinas, quasi quædam adstringentia medicamenta, adhibuerimus; vt indelebilis sententia illorum vigeat, cùm indolem, & educationem commodam nacti fuerint, nè strigmenta illa absterfiua, colorem, tincturamque abradant, voluptas scil. cet omni peruersitate, & consuetudine periculosior, dolor etiam, metus, & cupiditas alio quouis strigmento magis corrosiua.

Illustrazione ingegnosa del luogo sopraresferito, presa dalle Note eruditissime del Bulialdo.

QVEMADMODVM igitur lanas præparant Tinctores alumine eas repurgando, & condensando, ita Philosophus animos Discipulorum suorum præparat repurgando ipsos ab omnibus præconceptis prauis, distortisque opinionibus, instipandoque Disciplinis Mathematicis, vt alia Philosophica dogmata faci iùs, & ad satietatem imbibant, & firmissimè retineant, nec se praua mente abripi vnquam patiantur.

Il medesimo Teone più a basso.

PRIMVM enim quadam purificatione ab ineunte pueritia utendum, exercitatione nimirum in Disciplinis Mathematicis convenientibus. Sic enim Empedocles. *Oportet sordibus mundari haurientem puro ære ex quinque fontibus.* Plato verò ex quinque Disciplinis Mathematicis ait purgationem petendam esse; Arithmetica scilicet, Geometria, Stereometria, Musica, & Astronomia.

SEVERINO BOEZZIO

Nel Primo Lib. dell'Arimmetica, al Cap. I.

QVIBVS quatuor, Arithmetica nempe, Geometria, Musica, & Astronomia, si careat Inquisitor, Verum invenire non possit, ac sine hac quidem speculatione Veritatis nulli rectè sapiendum est. Est enim Sapientia, earum rerum, quæ veræ sunt cognitio, & integra comprehensio. Quòd hæc qui spernit, idest, has semitas Sapientiæ, ei denuncio non rectè philosophandum. Siquidem Philosophia est Amor Sapientiæ &c.

IL CARDINALE NICCOLO' DI CVSA

Alla sua Opera de' Compimenti Matematici dedicata alla Santità di PAPA NICCOLO' V. premette la seguente Lettera.

TANTA est potestas summi tui Pontificatus *NIC. V. PATER BEATISSIME*, ut per eos, qui vim eius attentè consideraverunt, assimiletur potentiæ quadrandi rotundum, & quadrum circulandi, quasi maior illa dari non possit. Verùm, cùm in te non tantùm Primatus sit clauis, & potestas Scientiæ, supremæque Hierarchiæ Ecclesiæ, sed velut perfectus Magister omnium scibilium ex tuo felicissimo ingenio incomparabilis notitiæ esse iudiceris ab omnibus, id magnificentissimè effecisti, ut omnium, tam Græcorum, quàm Latinorum scripta, quæ reperiri queunt, tua mirifica diligentia in omnium nostrum notitiam accuratissimè pervenerint. Ita ut etiam *Geometrica* non neglexeris; quæ sanè omni honore digna a Maioribus nostris habita fuerunt. Tradidisti enim mihi proximis diebus *MAGNI ARCHIMEDIS GEOMETRICA GRÆCE' TIBI PRÆSENTATA, ET TVO STVDIO IN LATINVM CONVERSA*, quæ mihi tam admiranda visa sunt, ut circa ipsa non nisi magna cum diligentia versari potuerim; ex quo id effectum est ut meo studio, & labore complementum aliquod illis addiderim; quod, *TVÆ SANCTITATI* offerre decrevi. Solùm enim te dignum scio, ut quæ a Sæculo incognita remanserunt, per te cunctis patefiant, & non tantùm scibilia, quæ semper circa quæsitam circuli quadraturam versari consueverunt; sed, & quæ in omni Mathematica perfectione præstant complementum, ex his ipsis meo iudicio perfectè consequi possint.

MAGNA equidem Christianorum Geometrarum gloria! Heroicus, immò Sacer ipsiusmet Geometriæ Triumphus, de quo altum, & miror, undequaque silentium!

GEOMETRARVM PRINCEPS, de cuius sola, consepulti tandiù sepulcri inventione Romanæ eloquentiæ Princeps tantopere gloriatur, latina Europa multis iam sæculis intermortuus, ac per duodeviginti ferè græcè locutus, nunc, opera, doctrina, studio, MAXIMI CHRISTIANI ORBIS PRINCIPIS reviviscit, sacroque ex ore tanti Romani Pontificis Romano sermone loqui primùm incipit.

DE alijs Sanctissimi NICOLAI V. eruditis huiusmodi versionibus testantur

ſtantur quoque poſtrema carmina Epitaphij ſepulcro illius ſuperadditi, extante Romæ in Baſilica Divi Petri, vbi

Attica Romanæ complura volumina linguæ
Prodidit; en tumulo fundite thura ſacro.

GIO: BATISTA BENEDETTI

Nobil Veneziano Filoſofo, e Matematico di gran nome, nella ſua Prefazione al Libro degli Orivuoli.

SI quæ autem ſunt Diſciplinæ, quæ ſpeculationis excellentia, tractationis iucunditate, atque uſus utilitate præſtent, hæ profectò ſunt Mathematicæ, per quas, & Divinas operationes intelligimus, & præſtantiſſimum rerum Opificem emulamur, dum ſicut ille naturalium, nos artificialium rerum Authores efficimur. Harum uſque adeo Hominibus conveniunt, ut vel ex his Homines ipſi an verè ſint dignoſcantur. Vnde Ariſtippus Cyrenaicus ex naufragio in Rhodiorum litus excuſſus, vbi Mathematicas vidit in pulvere figuras, gaudio geſtiens, proſiliiſſe fertur, quod veſtigia Hominum cognoviſſet &c.

IL P. CRISTOFANO CLAVIO

Matematico celebratiſſimo dell'inclita Compagnia di Gesù, nella ſua Prefazione a gli Elementi d'Euclide, al Cap. IV.

QVONIAM Diſciplinæ Mathematicæ de rebus agunt, quæ abſque ulla materia ſenſibili conſiderantur, quamuis re ipſa materiæ ſint immerſæ, perſpicuum eſt eas medium inter Metaphyſicam, & naturalem Scientiam obtinere locum, ſi ſubiectum earum conſideremus, vt rectè a Proclo, *Platone Duce*, probatur. Methaphyſices etenim ſubiectum ab omni eſt materia ſeiunctum, & re, & ratione: Phyſices verò ſubiectum, & re, & ratione, materiæ ſenſibili eſt coniunctum. Vnde cùm ſubiectum Mathematicarum Diſciplinarum extra omnem materiam conſideretur, quamuis re ipſa in ea reperiatur, liquidò conſtat hoc, medium eſſe inter alia duo. Si verò nobilitas, atque præſtantia Scientiæ ex certitudine demonſtrationum, quibus utitur, ſit iudicanda, haud dubiè

dubiè Mathematicæ Disciplinæ inter cæteras omnes præcipuum habent locum. Demonstrant enim omnia, de quibus suscipiunt disputationem, firmissimis rationibus, confirmantque, ita ut verè Scientiam in Auditoris animo gignant, omnemque prorsus dubitationem tollant; id quod alijs Scientijs vix tribuere possumus, cùm in eis sæpenumerò intellectus multitudine opinionum, ac sententiarum varietate, in veritate conclusionum iudicanda suspensus hæreat, atque incertus. * Huius rei fidem apertè faciunt tot Peripateticorum Sectæ (ut alios interim Philosophos silentio involvam) quæ ab Aristotele, veluti rami è trunco aliquo, exortæ, adeo & inter se, & nonnunquam a fonte ipso Aristotele dissident, ut prorsus ignores, quid nam sibi velit Aristoteles, num de nominibus, an de rebus potiùs disputationem instituat. Hinc fit, ut pars Interpretes Græcos, pars Latinos, alij Arabes, alij Nominales, alij denique Reales, quos vocant (qui omnes tamen Peripateticos se esse gloriantur) tanquam Ductores sequantur. Quod, quàm longè a Mathematicis demonstrationibus absit, neminem latere existimo. Theoremata enim Euclidis, cæterorumque Mathematicorum, eandem hodie, quam ante tot annos, in Scholis retinent veritatis puritatem, rerum certitudinem, demonstrationumque robur, ac firmitatem. Huc accedit id, quod Plato ait in Philebo, seu Dialogo, qui de summo bono inscribitur, eam Scientiam esse digniorem, præstantioremque, quæ magis synceritatis, veritatisque est amans. Cùm igitur Disciplinæ Mathematicæ Veritatem adeo expetant, adament, excolantque, ut non solùm nihil, quod sit falsum, verùm etiam nihil, quod tantùm probabile existat, nihil denique admittant, quod certissimis demonstrationibus non confirment, corroborentque, dubium esse non potest, quin eis primus locus inter alias Scientias omnes sit concedendus.

* *PERRARA profectò, non minùs quàm syncera confessio Peripateticam Philosophiam Profitentis: a singulis tamen Philosophis, qui ad instar huius optimi Viri Geometricam nouerint veritatem, contrectarintque, semper audienda, nunquam è contra ab Ageometris (quos Plato ex Academia reiicere consueuerat) expectanda. Id enim peculiare Geometriæ munus est, quod ipsa imbuti, de naturali Philosophia se nihil scire ingenuè, ac liberè fateantur, dum alij, qui, illotis, ut aiunt, pedibus, Geometria videlicet orbati, repentè ad Philosophiam accedunt, omnia penitùs, quæ ad Physicen spectant se scire putant, atque in his animitùs, seù, ut veriùs dicam,*

cam, audacia nimia gloriantur, mirabilium DEI effatorum immemores, quod nempe Mundum tradidit disputationi eorum, ut non inveniat homo opus, quod operatus est DEVS ab initio usque ad finem.

Ecclesiastes Cap. III.

SECVS autem evenit de Mathesios obiectis, Mensura scilicet, Numero, ac Pondere, in quibus (duntaxat) DEVS omnia disposuit, quique a Planimetria, ac Stereometria (utraque Geometriæ nomine perperam appellata) ab Astronomia (mensuris, ac numeris alligata) atque a Statica (de ponderum momentis agente) firmissimis demonstrationibus pertractantur: in his enim luce clarius patet placuisse Veritatum DEO ex innumeris suis, immo infinitis, quasdam paucas posse Homines assequi veritates, ac reliquis aperire, ut singuli sint memores DEI, & benedicant eum in omni tempore, in veritate, & in tota virtute sua.

Tobbias Cap. XIV.

Il medesimo P. Clavio, più sotto.

AD has omnes utilitates accedit maxima iucunditas, atque voluptas, qua cuiusque animus his Artibus colendis, exercendisque perfunditur. Sunt enim hæ præcipuæ ex septem Artibus liberalibus, in quibus non solùm ingenui Adolescentes, verùm etiam nobiles Viri, Principes, Reges, ac Imperatores ad honestissimam, maximèque liberalem oblectationem animi, quam summa etiam cum utilitate coniunctam pariunt, diù, multùmq; versari solebant: quorum exemplum multos adhuc nostra hac ætate imitari conspicimus.

IL P. D. BENEDETTO CASTELLI

Discepolo del Galileo, nelle Risposte all'Opposizioni di Lodovico delle Colombe, contro al Trattato delle Galleggianti del medesimo Galileo.

SE il Galileo à dell'opinioni diverse dalle comuni, ciò è nato dall'aver egli per lunghe osservazioni conosciute queste mal fondate, & inabili a sciorre le difficultà, che nascono circa le cause degli effetti di Natura, e dal non voler mantener sempre sottoposta

sta la libertà del discorso all'autorità delle nude parole di questo, o di quell'Autore, uomo di sensi, e di cervello simile a molt'altri figliuoli della Natura: e però dopo l'aversi impennate l'ali con le penne delle Matematiche, senza le quali è impossibile sollevarsi un sol braccio da terra, à tentato di scoprire almeno qualche particella degli infiniti abissi della Scienza naturale, la quale egli stima tanto difficile, & immensa, che concedendo lui molti uomini particolari aver saputo perfettamente chi una, e chi un'altra, e chi più d'una dell'altre facultadi, crede poi, che tutti gli uomini insieme stati al Mondo fin'ora, e che saranno per l'avvenire, non abbiano saputo, nè forse sieno per sapere una piccola parte della Filosofia naturale.

IL GALILEO

Nel Saggiatore.

PARMI di scorgere in alcuni ferma credenza, che nel Filosofare sia necessario appoggiarsi all'opinioni di qualche celebre Autore, sicchè la mente nostra, quando non si maritasse col discorso d'un'altro, ne dovesse in tutto rimanere sterile, ed infeconda; e forse stimano che la Filosofia sia un libro, e una fantasia d'un uomo, come l'Iliade, e l'Orlando furioso, libri, ne' quali la meno importante cosa è che quel che vi è scritto sia vero. Ma la cosa non istà così. La Filosofia è scritta in questo grandissimo libro, che continuamente ci stà aperto innanzi a gli occhi (io dico l'Vniverso) ma e' non si può intender se prima non s'impara a 'ntender la lingua, nella quale egli è scritto. Egli è scritto in lingua Matematica, & i caratteri sono Triangoli, Cerchi, & altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un'aggirarsi vanamente per un oscuro Laberinto.

Il GALILEO nel fine d'una sua Postilla ad alcune Esercitazioni Filosofiche d'Antonio Rocco, fatte in difesa d'Aristotile.

TANTO basti per ora aver notato sopra queste poche conclusioni d'Aristotile, e vostre, tra le moltissime attenenti al

moto

moto locale. E dopo che avrete, Signor Rocco, ben bene esaminati, ponderati, e paragonati insieme i vostri discorsi co' miei, e ridottovi a memoria il detto verissimo del Filosofo, che, *ignorato motu ignoratur Natura*, giudicate con giusta lance qual de' due modi di filosofare cammini più a segno, o 'l vostro fisico, puro, e semplice bene, o 'l mio condito con qualche spruzzo di Matematica, e nello stesso tempo considerate chi più giudiziosamente discorreva, o Platone nel dir che senza la Matematica non si poteva apprender la Filosofia, o Aristotile nel tassar' il medesimo Platone, per troppo studioso della Geometria.

Il GALILEO, nella prima Giornata de due Sistemi.

Salv. CIRCA' al secondo punto, io mi maraviglio che v'abbiate bisogno che il Paralogismo d'Aristotile vi sia scoperto, essendo per se stesso tanto manifesto; e che voi non v'accorgiate che Aristotile suppone quello che è in questione; però notate.

Simpl. DI grazia Sig. Salviati parlate con più rispetto d'Aristotile. E a chi potrete voi persuader giammai, che quello che è stato il primo, unico, & ammirabile esplicatore della forma silogistica, delle Dimostrazioni, degli Elenchi, de' modi di conoscere i Sofismi, i Paralogismi, & in somma di tutta la Logica, equivocasse poi sì gravemente in suppor per noto quello, che è in quistione? Signori bisogna prima intenderlo perfettamente, e poi provarsi a volerlo impugnare.

Salv. SIGNOR Simplicio, noi siamo quì tra noi discorrendo famiiarmente per investigare qualche verità; io non avrò mai per male che voi mi palesiate i miei errori, e quand'io non avrò conseguita la mente d'Aristotile, riprendetemi pur liberamente, ch'io ve ne avrò buon grado. Concedetemi in tanto ch'io esponga le mie difficultà; e ch'io risponda ancora alcuna cosa alle vostre ultime parole, dicendovi, che la Logica, come benissimo sapete, è l'Organo, col quale si filosofa; ma siccome può esser ch'un Artefice sia eccellente in fabbricar Organi, ma imperito in sapergli sonare, così può esser un gran Logico, ma poco esperto nel sapersi servire della Logica: siccome ci son molti che sanno per lo senno a mente tutta la Poetica, e son poi infelici nel comporre quattro versi solamente: altri posseggono tutti i precetti del Vinci, e non saprebbero poi dipignere uno sgabello. Il sonar l'Organo

no non s'impara da quelli che sanno far Organi, ma da quelli che gli sanno sonare: la Poesia s'impara dalla continua Lettura de' Poeti: il dipignere s'apprende col continuo disegnare, e dipignere: e il dimostrare, dal continuo studio de' libri pieni di Dimostrazioni, che son poi i libri Matematici soli, e non i Logici. Ora tornando al proposito, &c.

Il GALILEO nella seconda Giornata.

Dopo aver il Salv. addotto una Dimostrazione Fisica Matematica intorno ad un supposto effetto Fisico, soggiugne così il

Sagr. VERAMENTE il discorso è molto sottile, ma altrettanto concludente; & è forza confessare ch'il voler trattare le quistioni Naturali senza Geometria, è un tentar di far quello, che è impossibile ad esser fatto.

Il GALILEO nella terza Giornata.

Interrogato Simpl. dal Sagr. di quello gli paia d'un discorso Fisico Matematico fatto, ex hypothesi, *dal Salv. così risponde*

Simpl. QUESTE, (s'io devo dire il parer mio con libertà) mi paiono di quelle sottigliezze geometriche, le quali Aristotele riprende in Platone, mentre l'accusa che per troppo studio della Geometria si scostava dal saldo filosofare: & io ò conosciuti, e sentiti grandissimi Filosofi Peripatetici sconsigliare i lor Discepoli dallo studio delle Matematiche, come quelle, che rendono l'intelletto cavilloso, & inabile al ben filosofare; instituto diametralmente contrario a quello di Platone, che non ammetteva alla Filosofia se non chi prima fosse impossessato della Geometria.

Salv. APPLAUDO al consiglio di questi vostri Peripatetici di distorre i loro Scolari dallo studio della Geometria, perchè non ci è Arte alcuna più accomodata di questa per iscoprire le fallacie loro; ma vedete quanto costesti sieno differenti da' Filosofi Matematici, i quali assai più volentieri trattano con quei, che bene sono informati della comune Filosofia Peripatetica, che con quei,

 che

che mancano di tal notizia, i quali, per tal mancamento, non possono far paragone trà dottrina, e dottrina.

Il GALILEO nella prima Giornata.

Sagr. ESTREMA temerità m'è parsa sempre quella di coloro, che voglion far la capacità umana misura di quanto possa, e sappia far la Natura; dove che all'incontro e' non è effetto in Natura, per minimo ch'e' sia, all'intera cognizione del quale possano arrivare i più speculativi ingegni. Questa così vana presunzione d'intender il tutto, non può aver principio da altro che dal non aver inteso mai nulla; perchè quand'altri avesse sperimentato una volta sola a'ntender perfettamente una sola cosa, & avesse gustato veramente come è fatto 'l sapere, conoscerebbe come dell'infinità dell'altre conclusioni niuna ne intende.

Salv. CONCLVDENTISSIMO è il vostro discorso, in confermazione del quale abbiamo l'esperienza di que', ch'intendono, o anno'nteso qualcosa, i quali, quanto più sono Sapienti, tanto più conoscono, e' liberamente confessano di saper poco; & il Sapientissimo della Grecia, e per tale sentenziato dagli Oracoli, diceva apertamente conoscer di non saper nulla.

Simpl. CONVIEN dunque dire, o che l'Oracolo, o che lo stesso Socrate fosse bugiardo, predicandolo quello per Sapientissimo, e dicendo questo di conoscersi Ignorantissimo.

Salv. NON ne seguita nè l'un nè l'altro, essendo che amendue i Pronunziati possono esser veri. Giudica l'Oracolo Sapientissimo Socrate sopra gli altri uomini, la sapienza de' quali è limitata. Si conosce Socrate non saper nulla in relazione alla sapienza assoluta, che è infinita: e perchè dell'infinito, tal parte n'è il molto, che'l poco, e che'l niente (perchè per arrivar, per esempio, al numero infinito, tanto è l'accumular migliaia, quanto decine, e quanto zeri) però ben conosceva Socrate la terminata sua sapienza esser nulla all'infinita che gli mancava. Ma perchè pur tra gli uomini si trova qualche sapere, e questo non ugualmente compartito a tutti, potette Socrate averne maggior parte de gli altri, e perciò verificarsi 'l responso dell'Oracolo.

Sagr. PARMI d'intender benissimo questo punto. Tra gli uomini, Signor Simplicio, è la potestà di operare, ma non egualmen-

te

te posseduta da tutti: e non è dubbio, che la potenza d'un Imperadore è maggior assai che quella d'una Persona privata, ma, e questa, e quella è nulla, in comparazione dell'ONNIPOTENZA DIVINA. Tra gli uomini vi sono alcuni ch'intendon meglio l'Agricoltura, che molti altri; ma il saper piantar un sermento di vite in una fossa, che à che fare col saperlo far barbicare, attrarre 'l nutrimento, da quello scerne quella parte buona per farne le foglie, quest'altra per formarne i viticci, quella per i grappoli, quell'altra per l'uva, & un altra per i fiocini, che son poi l'opere della Sapientissima Natura? Questa è una sola opera particolare delle innumerabili che fà essa Natura, & in questa sola si conosce un infinita sapienza: talchè si può concludere, IL SAPER DIVINO ESSER INFINITE VOLTE INFINITO.

Salv. ECCONE un altro esempio. Non diren noi che'l sapere scoprire in un marmo una bellissima Statua à sublimato l'ingegno del Buonarruoti assai sopra gli ingegni comuni degli altri uomini? e quest'opera non è altro che imitare una sola attitudine, e disposizione di membra esteriore, e superficiale d'un uomo immobile: ma però che cosa è in comparazione d'un uomo fatto dalla Natura, composto di tante membra esterne, & interne, de i tanti muscoli, tendini, nervi, ossa, che servono a' tanti, e si diversi movimenti? che diremo de' sensi, delle potenze dell'anima, e finalmente dell'intendere? Non possiamo noi dire, e con ragione, la fabbrica d'una statua cedere d'infinito intervallo alla formazione d'un uomo vivo, anzi anco alla formazione d'un vilissimo verme?

Sagr. E qual differenza crediamo che fosse tra la Colomba d'Archita, & una della Natura?

Simpl. O io non sono un di quegli uomini ch'intendano, o 'n questo vostro discorso è una manifesta contradizione. Voi tra i maggiori encomi, anzi pure per il massimo di tutti, attribuite all'uomo fatto dalla Natura, questo dell'intendere, e poco fa dicevi con Socrate che 'l suo 'ntender non era nulla: adunque bisognerà dire, che nè anco la Natura abbia 'nteso 'l modo di far un intelletto ch'intenda.

Salv. MOLTO acutamente opponete; e per rispondere all'obiezzione convien ricorrere ad una distinzione Filosofica, dicendo, che l'intendere si può pigliare in due modi, cioè, *intensivè*, ovvero *extensivè*; e che *extensivè*, cioè, quanto alla moltitudine degli intelligibili, che sono infiniti, l'intender umano è come nullo,

quando bene egli intendesse mille *milioni* di proposizioni, perchè un tal numero, rispetto all'infinità, è come un zero: ma pigliando l'intender intensivè, in quanto cotal termine importa intensivamente, cioè perfettamente alcuna proposizione, dico, che l'intelletto umano ne intende alcune così perfettamente, e ne à così assoluta certezza, quanta se ne abbia l'istessa Natura, e tali sono le Scienze Matematiche pure, cioè la Geometria, e l'Arimmetica; delle quali l'INTELLETTO DIVINO ne sa bene infinite proposizioni di più, perchè le sa tutte; ma di quelle poche intese dall'intelletto umano credo che la cognizione agguagli la DIVINA nella certezza obiettiva, poichè arriva a comprenderne la necessità, sopra la quale non par che possa esser sicurezza maggiore.

Simpl. QVESTO mi pare un parlare molto risoluto, e ardito.

Salv. QVESTE son proposizioni comuni, e lontane da ogni ombra di temerità, o d'ardire, e che punto non detraggono di Maestà alla DIVINA SAPIENZA; siccome niente diminuisce la sua Onnipotenza il dire, che IDDIO non può fare che'l fatto non sia fatto; ma dubito Signor Simplicio che Voi pigliate ombra per essere state ricevute da Voi le mie parole con qualche equivocazione; però, per meglio dichiararmi, dico, che quanto alla verità, di che ci danno cognizione le Scienze Matematiche, ell'è l'istessa, che conosce la SAPIENZA DIVINA, ma vi concederò bene che'l modo, col quale IDDIO conosce l'infinite proposizioni, delle quali noi conosciamo alcune poche, è sommamente più eccellente del nostro il quale *è finito*, *e* procede con discorsi, e con passaggi da conclusione, in conclusione, dove 'l suo è *infinito*, e d'un semplice intuito; e dove Noi, per esempio, per guadagnar la scienza d'alcune passioni del Cerchio, che ne à infinite, cominciando da una delle più semplici, e quella pigliando per sua difinizione, passiamo con discorso ad'un'altra, e da questa alla terza, e poi alla quarta, &c. L'INTELLETTO DIVINO, con la semplice apprensione della sua essenza, comprende senza temporaneo discorso tutta l'infinità di quelle passioni; le quali anco poi in effetto virtualmente si comprendono nelle difinizioni di tutte le cose, e che poi finalmente per esser infinite, forse sono una sola nell'essenza loro, e nella MENTE DIVINA: il che nè anco all'Intelletto umano è del tutto 'ncognito, ma ben da profonda, e densa caligine adombrato; la quale viene in parte assottigliata, e chiarificata, quando ci siamo fatti padroni d'altre conclusioni fermamente dimostrate, e tanto speditamente possedute da Noi, che

tra

tra esse possiamo velocemente trascorrere: perchè in somma, che altro è l'esser, nel triangolo, il quadrato del lato opposto all'angolo retto eguale agli altri due, che gli sono 'ntorno, sennon l'esser i parallellogrammi sopra base commune, e tra le paralelle, tra loro uguali? E questo non è egli finalmente il medesimo, che esser'eguali quelle due superficie, che adattate insieme non si avanzano, ma si racchiuggono dentro al medesimo termine? Hor questi passaggi, che l'Intelletto nostro fa con tempo, e con moto di passo 'n passo, l'INTELLETTO DIVINO a guisa di luce trascorre in un'istante, ch'è l'istesso, che dire, gli à sempre tutti presenti.

Concludo per tanto, l'intender nostro, e quanto al modo, e quanto alla moltitudine delle cose 'ntese, esser d'infinito intervallo superato dal DIVINO; ma non però l'avvilisco tanto ch'io lo reputi assolutamente nullo; anzi quand'io vò considerando quante, e quanto maravigliose cose anno intese, investigate, & operate gli uomini, pur troppo chiaramente conosco io, & intendo esser la Mente umana Opera di DIO e delle più eccellenti.

***

IL FINE.

Il Signor Michel Roti veda se nella presente Opera sia cosa che repugni alla Fede Cattolica, e buoni Costumi, e riferisca. Dato, &c. questo dì 14. Agosto 1674.

Aless. Pucci V. G. F.

Per ordine di V. S. Illustrissima, e Reverendissima ò letto, e considerato la presente Opera, nella quale non solamente non ò ritrovato cos'alcuna, che repugni alla Fede Cattolica, e a' buon' costumi; ma portando essa in fronte il nome celebre del Galileo, e contenendo Dottrina irrefragabile son' certo, che sarà grata, e utile agli Studiosi delle Matematiche. Questo dì 21. Agosto 1674.

Michele Roti, &c.

Si Stampi osservati gli ordini.
Aless. Pucci V. G. F.

Il M. Rev. P. Maestro Evang. Tedaldi dell'Ordine de' Servi Consultore del S. Offizio di Firenze, &c. veda, e riferisca.

F. Costanzo Vicario del S. Offizio di Firenze, &c.

Attesto à V. P. Reverendiss. che la presente Opera del Sig. Vincenzio Viviani, non contiene cosa che sia contraria a' Sacri Canoni, nè alle Istituzioni Cristiane, ma si bene è ripiena d'eruditissimi Matematici insegnamenti, &c. 30. Settembre 1674.

F. Evang. Tedaldi Servita Consult. &c.

Attesa la sopraddetta attestazione si stampi in Firenze, &c.

F. Costanzo Vicario del S. Offizio di Firenze.

Matteo Mercati Avvocato, d'ordine di S. A. S.